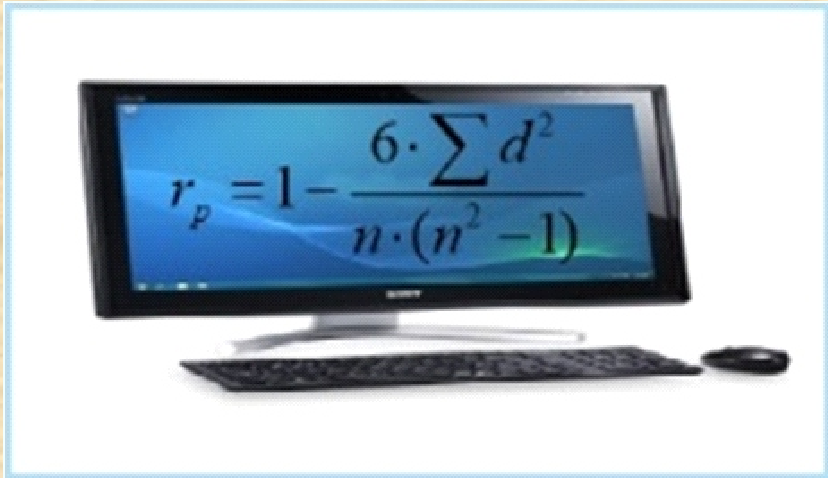
Петров Павел Карпович

Зав. кафедрой теории и методики физической культуры, гимнастики и безопасности жизнедеятельности, д.п.н., профессор, академик РАЕ, отличник просвещения РФ, отличник физической культуры и спорта РФ, заслуженный деятель науки УР, заслуженный работник физической культуры УР, автор более 300 публикаций, среди которых учебники и учебные пособия, монографии, статьи

ISBN 978-5-4312-0453-1

П.К. Петров

МАТЕМАТИКО-СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА И ГРАФИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ



Ижевск 2016

Министерство образования и науки Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Удмуртский государственный университет»

П. К. Петров

МАТЕМАТИКО-СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА И ГРАФИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Учебное пособие

Издание второе,
исправленное и дополненное

Ижевск
2016

УДК 37:002

ББК 74 в 631 с 51

П 305

Рекомендовано к изданию Учебно-методическим советом УдГУ

Рецензенты:

д.п.н., профессор, профессор кафедры профессиональной педагогики ИжГТУ имени М.Т. Калашникова **Ю.Н. Семин**,

д.п.н, профессор, профессор кафедры физической культуры и спорта ИжГТУ имени М.Т. Калашникова **В.В. Новокрещенов**

Петров П.К.

П 305 Математико-статистическая обработка и графическое представление результатов педагогических исследований с использованием информационных технологий: учеб. Пособие / П.К. Петров. – 2-е изд., исправ., и доп. – Ижевск: Издательский центр «Удмуртский университет», 2016. – 176 с.

ISBN 978-5-4312-0453-1

В пособии раскрывается методика математико-статистической обработки результатов педагогических исследований. Для обоснования применения тех или иных методов дается характеристика основных методов математико-статистической обработки результатов педагогического исследования. На конкретных примерах объясняется методика обработки данных вручную, а также с использованием статистических функций программы *MS Excel, Attestat* и программ автоматической обработки данных.

Адресовано студентам магистратуры и бакалавриата, а также научным руководителям выпускных квалификационных работ и магистерских диссертаций по направлениям подготовки 44.04.01 – Педагогическое образование и 49.03.01 – Физическая культура.

УДК 37:002
ББК 74 в 631 с 51

ISBN 978-5-4312-0453-1

ВВЕДЕНИЕ

Дисциплина «Математико-статистическая обработка и графическое представление результатов педагогических исследований с использованием информационных технологий» относится к магистерской программе «Информационные технологи в физической культуре и спорте» по направлению подготовки 44.04.01 – Педагогическое образование.

Как известно педагогические исследования, прежде всего, связаны с изучением учебно-воспитательного процесса и направлены на выявление эффективности той или иной методики обучения, воспитания и развития занимающихся. При этом эффект в виде определенного уровня знаний, достигнутого испытуемыми, развития двигательных умений и навыков, определенных проявлений воспитанности выступает в роли своеобразного индикатора, свидетельствующего о преимуществах и недостатках используемых методов, приемов, средств и других способов педагогического воздействия на занимающихся.

Для оценки результатов педагогического воздействия широко используются методы количественного и качественного анализа. В последние годы происходит интенсивный процесс внедрения количественных методов, основанных на использовании математического аппарата, практически во все отрасли науки. Не составляют исключения и педагогические.

Важное значение в решении этих вопросов сегодня могут занять средства современных информационных технологий, такие, например, как программа *Excel, Attestat, Statistica, SPSS, Statgraphics, Stadia и др.,* позволяющие автоматизированно обрабатывать большие массивы экспериментальных данных и представлять информацию не только в количественных характеристиках, но и графически. Однако применение столь мощных программных средств без знаний основ методики использования статистических методов в педагогических исследованиях может привести к некорректному, формальному использованию математического аппарата, не даст сформулировать правильные выводы, снизит качество обоснованности и достоверности полученных результатов.

В связи с этим в учебном пособии предпринята попытка в доступной форме показать возможности использования математико-статистической обработки результатов педагогических исследований в зависимости от поставленных задач, характера измерений, подбора соответствующих критериев. Для обоснования применения тех или иных методов дается характеристика основных методов математико-статистической обработки результатов педагогического исследования. На конкретных примерах объясняется методика обработки данных вручную, а также с использованием статистических функций программы *MS Excel*, *Attestat* и программ автоматической обработки данных. Показана методика графического представления результатов педагогических исследований. В приложениях представлены основные таблицы критических значений для сопоставления полученных результатов расчета и их интерпретации, что дает возможность правильно делать статистические и педагогические выводы.

В процессе освоения дисциплины у студентов должны быть сформированы следующие компетенции:

ОК-3 – способность к самостоятельному освоению и использованию новых методов исследования, к освоению новых сфер профессиональной деятельности;

ОК-4 – способность формировать ресурсно-информационные базы для осуществления практической деятельности в различных сферах;

ПК-3 – способность руководить исследовательской работой обучающихся;

ПК-4 – готовность к разработке и реализации методик, технологий и приемов обучения, к анализу результатов процесса их использования в образовательных организациях, осуществляющих образовательную деятельность;

ПК-7 – способность анализировать результаты научных исследований, применять их при решении конкретных научно-исследовательских задач в сфере науки и образования, самостоятельно осуществлять научное исследование;

ПК-11 – готовность к разработке и реализации методических моделей, методик, технологий и приемов обучения, к анализу результатов процесса их использования в организациях, осуществляющих образовательную деятельность.

1. ОСНОВНЫЕ ВИДЫ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ШКАЛ И ОСОБЕННОСТИ ИХ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ В ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

Основными задачами использования методов математико-статистической обработки результатов педагогических исследований являются:

- проверка статистических гипотез, т.е. достоверности различий между полученными результатами, например, насколько эффективно была подобрана методика обучения по тому или иному предмету;
- сравнение одновременно нескольких групп результатов измерений (выборок), объединенных в единый статистический комплекс (дисперсионный анализ);
- выявление меры связи между отдельными явлениями, объектами (корреляционный анализ);
- изучение влияния одних признаков на другие, например, как изменится длина прыжка в зависимости от увеличения взрывной силы (регрессионный анализ);
- классификация исходных данных по факторам, позволяющий выявлять весомости каждого фактора (факторный анализ);
- прогнозирование и моделирование педагогических процессов на основе современных компьютеров и статистических методов, например, «Нейронных сетей» и др.

Однако следует иметь ввиду, что все эти задачи могут решаться на основе определенных измерений. Измерение в самом широком смысле может быть определено как приписывание чисел к объектам или событиям согласно некоторым правилам. Эти правила должны устанавливать соответствие между свойствами рассматриваемых объектов и чисел. В теории измерений принято выделять четыре основных вида шкал: *наименований, порядка, интервальной и отношений.* При этом измерения, осуществляемые с помощью двух первых шкал, считаются *качественными* и для их обработки используются *непараметрические* критерии, измерения, выполненные по двум последним шкалам – количественные в этом случае применяются *параметрические* критерии. В каждой шкале строго определены свойства чисел, приписываемых объектам или явлениям, чем выше порядок шкалы, тем больше арифметических действий можно проводить с этими числами. Следует помнить и том, что измерения, выполненные по более высокой шкале всегда можно перевести в шкалу низшего уровня, а из низшего в высокий нельзя. Например, измерения, выполненные по шкале отношений или интервальной можно перевести в шкалу порядка или наименований, а измерения, выполненные по шкале наименований перевести в шкалу порядка или в интервальную шкалу невозможно.

1.1. Шкала наименований

Построение этой шкалы основано на группировке объектов, явлений в соответствующие классы в зависимости от проявления у них определенных признаков или свойств. Всем объектам или явлениям, попавшим в один и тот же класс (группу), приписывается одно и то же число, объектам и явлениям другого класса – другое число. Например, всех студентов вуза в зависимости от того, на каком факультете они учатся можно подразделить на следующие классы: математики, физики, химики, биологи и т.д. Таким же образом можно подразделить студентов по полу, месту жительства (село, город), возрасту и т.д. При решении конкретных педагогических задач испытуемых можно подразделить на группы по типу: верно – неверно решивших задание, выполнил – не выполнил, согласен – не согласен, нравится – не нравится и т.п.

Необходимым и достаточным условием для применения шкалы наименований является наличие такого критерия, пользуясь которым исследователь может однозначно отличить один объект, который имеет необходимый признак или свойство, от другого, который его не имеет.

Приписывание чисел в этом случае производится произвольно, и их величина и порядок не имеют никакого значения. Они используются только в качестве ярлыков, позволяющих отличить один класс явлений от другого. Например, математики – класс – 1, физики класс – 2, биологи – класс – 3, химики – класс – 4 и т.д. В этом случае цифры можно заменить другими символами – буквами, звездочками и т.п. При таких измерениях количественная обработка экспериментальных данных проводится не с приписываемыми числами, а с данными, характеризующими количества объектов, попавших в каждый класс.

Результаты измерений, производимых по шкале наименований, допускают несколько статистических операций. Прежде всего, это подсчет числа объектов в каждом классе и выявление простого или процентного отношения этого числа к общему числу рассматриваемых объектов. На основе полученных результатов можно выделить класс с наибольшим числом объектов (наибольшей абсолютной частотой), который принято называть *модой*.

Несмотря на определенную примитивность шкалы наименований, измерения с ее помощью могут быть использованы для проверки некоторых статистических гипотез и вычисления показателей корреляции качественных признаков.

1.2. Шкала порядка

Порядковые измерения (ранжирование) возможны тогда, когда измеряющий может обнаружить в объектах или явлениях различие степеней признака или свойства, и на этой основе расположить эти объекты в порядке возрастания или убывания величины рассматриваемого признака. Каждому объекту или явлению в этом случае приписывается порядковое число, обозначающее его место в данном ряду. Это число называют *рангом*.

Ранговые числа подбираются так, чтобы объектам с большей величиной изучаемого признака приписывались числа большие, чем у объектов с меньшей величиной этого признака. Примерами измерения на основе шкалы порядка могут служить военные ранги от рядового и выше, ранжирование по силе нервной системы (слабый тип, сильный тип) или, например, распределение спортсменов в зависимости от того или иного спортивного разряда по возрастающему порядку - от III разряда до звания мастера спорта. К шкале порядка относится также система оценок, принятая в школах и вузах (пятибалльная) или балльные системы оценок на соревнованиях по спортивной и художественной гимнастике, фигурному катанию. Поскольку шкала порядка устанавливает только отношение равенства и порядка, то для приписывания объектам могут быть использованы любые цифры, которые можно расположить в порядке возрастания (убывания) измеряемого свойства. В связи с этим для нашего примера с целью обозначения порядка разрядов могут использоваться любые цифры, представляющие монотонно возрастающую последовательность. Например, III разряд - 1, II - 2, I - 3, КМС - 4, МС - 5 или же другие цифры, расположенные в порядке возрастания - 5, 13, 15, 17, 26.

Пользуясь шкалой порядка, можно выяснить положение изучаемого объекта в рассматриваемом ряду, но невозможно определить величину интервалов, на которые разбит этот ряд. Поэтому с этими числами (баллами, рангами), приписываемыми объектам, так же как и в шкале наименований, нельзя производить арифметические действия (складывать, вычитать, умножать, делить). Типичной ошибкой в этом плане является попытка складывать, выводить среднеарифметические значения по оценкам, выставляемым на основе традиционной пятибалльной системы, или производить арифметические действия с баллами, полученными на соревнованиях по гимнастике, фигурному катанию и т. д. Эти измерения качественные и представляют шкалу порядка. В практике измерений результатов учебно-воспитательного процесса шкалу порядка можно использовать всякий раз, когда имеется критерий, позволяющий расположить занимающихся или явление по степени увеличения (уменьшения) измеряемого признака, если при этом невозможно определить, на сколько равных единиц по состоянию признака один объект наблюдения больше (меньше) другого. Следовательно, эту шкалу целесообразно применять в тех случаях, когда можно установить определенный порядок по типу: выше-ниже, больше-меньше, лучше-хуже и т. п., и невозможно при этом измерить величину этой разницы. Измерения по шкале порядка позволяют использовать ряд статистических критериев, основанных на расчете *медианы*, представляющей меру центральной тенденции группы объектов, что выгодно отличает шкалу порядка от шкалы наименований.

1.3. Интервальная шкала

Использование интервальной шкалы возможно в том случае, когда с помощью определенного критерия (эталона измерения) можно определить величину различия признаков не только по типу больше-меньше, но и на сколько единиц один объект или явление отличается от другого. Для такого измерения устанавливается единица измерения. Число, присвоенное объекту исследования в данном случае, представляет собой количество единиц измерения, которое он имеет, что позволяет применять по отношению к этим числам почти все арифметические действия и использовать статистические критерии для количественных измерений. Типичными примерами измерений по шкале интервалов являются измерения календарного времени (летоисчисление, счет дней в году, недель, месяцев, текущего времени, температуры по шкале Цельсия и т. п.). Важная особенность, отличающая интервальное измерение от измерения по шкале отношений, с которой вы ознакомитесь ниже, состоит в том, что оцениваемое свойство предмета или явления вовсе не пропадает, когда результат измерения равен нулю. Так, вода при температуре 0° С имеет все же определенную температуру. Нулевая точка (начало отсчета) на интервальной шкале, в некоторой степени произвольна, условна, не абсолютна. Например, современное летоисчисление осуществляется по интервальной шкале. Но год первый был выбран произвольно. Единицей измерения является период 365 дней. Можно сказать 1970 год ближе к настоящему времени, чем любой другой с меньшим номером. Можно также точно сказать, на сколько один период времени больше или меньше другого. Так, период времени (1968-1970) меньше, чем период (1972-1978) на четыре года. Однако в отличие от естественных и технических наук в социальных науках (в том числе и педагогических) в настоящее время специально разработанных шкал интервального типа почти нет.

1.4. Шкала отношений

Измерение по шкале отношений отличается от интервальной тем, что нулевая точка здесь не произвольна, а указывает на полное отсутствие измеряемого свойства. Поэтому шкала отношений позволяет определить не только на сколько больше (меньше) один объект от другого в отношении измеряемого свойства, но и во сколько раз (в два, три и т. д.) больше (меньше). Например, мастер спорта берет высоту 2 м, а ученик четвертого класса преодолевает планку всего лишь на высоте 1м. Можно сказать, что мастер спорта прыгает выше ученика на 1 м. Для осуществления измерений по шкале отношений используются метрические системы оценок, примерами которых могут быть измерения длины, высоты в принятых единицах (например, измерения роста спортсменов, дальности метания снарядов, длины и высоты прыжков и т.п.), веса (измерение веса учеников, снарядов, усилий с помощью динамометров и т. д.), времени выполнения определенных действий (продолжительность бега, продолжительность выполнения гимнастической комбинации, измерение времени двигательной реакции и т. п.), угловые перемещения в градусах, число попаданий в цель, число подтягиваний и т.п.

Анализ измерительных шкал показывает, что для обработки результатов педагогических исследований при определенных условиях могут использоваться все разновидности этих шкал. При этом выбор той или иной из них зависит от того, что и как измеряется. В свою очередь характер измерений, т. е. на основе какой шкалы они сделаны, оказывает влияние на методику обработки полученных результатов с применением *параметрических* (в случае количественных измерений по интервальной шкале и шкале отношений) или *непараметрических* (в случае использования для этой цели шкалу наименований и порядка) критериев (приложение 1).

2. МЕРЫ ЦЕНТРАЛЬНОЙ ТЕНДЕНЦИИ (СРЕДНИЕ ВЕЛИЧИНЫ)

Одной из важнейших обобщающих характеристик полученных результатов является средняя величина. Значение средних заключается в их свойстве нивелировать индивидуальные различия, в результате чего выступает более или менее устойчивая числовая характеристика признака - не отдельных измерений, а целой группы статистических единиц. Средняя величина характеризует групповые свойства, является центром распределения, занимает центральное положение в общей массе варьирующих значений признака. Существует несколько видов средних величин. Наиболее часто в педагогических исследованиях используются такие средние, как *мода*, *медиана* и *средняя арифметическая величина*. Первые два вида являются показателями качественных измерений, а средняя арифметическая является основным показателем количественных измерений. Вы можете спросить, зачем нужны все эти меры центральной тенденции. Во-первых, каждая мера центральной тенденции обладает характеристиками, которые делают ее ценной в определенных условиях. Во-вторых, вычисление той или иной меры связано со шкалой измерения. В-третьих, каждая мера центральной тенденции служит основой для вычисления других статистических величин.

2.1. Методика определения моды

Мода (Мо), как уже говорилось ранее, это такое значение в множестве наблюдений, которое встречается наиболее часто. Например, в ряду из цифр: 2 6 8 9 9 9 10 модой является 9, потому что она встречается чаще любого другого значения. Обратите внимание, что мода представляет собой наиболее частое значение (в данном примере 9), а не частоту этого значения (в примере равную 3). Мода как мера центральной тенденции, имеет определенные особенности, которые необходимо учитывать при ее вычислении: (определении).

1. В случае, когда все значения в группе встречаются одинаково часто, принято считать, что группа *не имеет* моды. Например, 6 легкоатлетов пробежали дистанцию 100 м и показали результаты: 12, 12, 13, 13, 11, 11, 10, 10 сек. В данном случае моду обнаружить невозможно.

2. Когда два соседних значения имеют одинаковую частоту и они больше частоты любого другого значения, мода есть среднее этих двух значений. Например, 10 гимнастов за упражнения на коне получают следующие оценки: 6,9; 7,0; 7,5; 8,0; 8,0; 8,0; 9,0; 9,0; 9,0; 8,5. В этом случае мода будет равна 8,5.

3. Если два несмежных значения в группе имеют равные частоты и они больше частот любого значения, то существуют две моды. Например, в группе значений: 9, 10, 10, 10, 13, 15, 16, 16, 16, 17 модами являются 10 и 16. В этом случае можно говорить, что данные *бимодальны*. Значение моды можно определить фактически при любом способе измерений, сделанных на основе всех шкал измерения. Однако наибольшее применение она находит в измерениях по шкале наименований, так как другие меры центральной тенденции к таким измерениям не применимы.

2.2. Методика определения медианы

Медиана (Md) - это такое значение, которое делит упорядоченное множество пополам так, что одна половина значений оказывается больше медианы, а другая - меньше. Определение медианы возможно лишь в том случае, когда измерения выполнены *не ниже шкалы порядка*. Способы вычисления медианы могут быть следующие.

1. Если данные содержат нечетное число различных значений, и они представляют упорядоченный ряд, то медианой является среднее значение ряда. Например, в ряду 5, 8, 12, 25, 30 медиана равна 12.

2. Если данные содержат четное число различных значений, упорядоченных в ряд, например 3, 8, 16, 17, то медианой является точка, лежащая посередине между двумя центральными значениями: Md=(8+16): 2=12.

3. Для более точного определения медианы можно воспользоваться специальной формулой. Но прежде чем привести эту формулу, ознакомимся с некоторыми дополнительными понятиями, знание которых при этом необходимо:

- *класс* - группы одинаковых чисел в данном ряду;
- *медианный класс* - класс, в котором находится медиана;
- *классовый промежуток* - разность между числами соседних классов;
- *частота класса* - количество одинаковых чисел в классе;

- *частота медианного класса* - количество одинаковых чисел в медианном классе. Закрепим эти понятия на конкретном примере. Допустим, что на экзаменах по легкой атлетике студенты получили следующие оценки: 4 3 2 4 3 3 5 3 3 4 4 3 5 4 2 5 3 3 4 2 2 4, расположим эти оценки в порядке возрастания: 2 2 2 2 3 3 3 3 3 3 <u>3</u> 4 4 4 4 4 4 4 5 5 5 5. Этот ряд подразделяется на четыре класса: "2", "3", "4", "5". Медианным классом является класс "3", классовый промежуток в этом ряду равен 1, частота класса "2" - 4 (т.е. оценка 2 встречается 4 раза); класса "3" - 8; класса "4" - 7; класса "5" - 4. Если определять медиану простыми способами, то и она будет равняться 3, двенадцатое значение, которое занимает центральное положение в ряду из 23 данных (значение медианы подчеркнуто). Однако довольно приблизительное значение, определяемое этими способами, иногда может не удовлетворить исследователя. Поэтому ее можно вычислить по следующей формуле:

$$Md = W + \frac{K \cdot (\frac{n}{2} - \sum)}{f}, \qquad (1)$$

где W - начало класса, в котором находится медиана;

n - общее число данных;

k - величина классового промежутка:

$\sum$ - сумма частот классов, предшествующих медианному классу;

f - частота медианного класса.

Составим для приведенного выше ряда таблицу частот каждой оценки и вычислим значение медианы по предлагаемой формуле:

Оценка	Частота
2	4
3	8
4	7
5	4
Итого	23

W=3; K=1; n=23; ∑=4; f=8

$$Md = 3 + \frac{1 \cdot (\frac{23}{2} - 4)}{8} = 3{,}9 .$$

2.3. Методика определения средней арифметической величины

В случае, когда измерения сделаны по шкале интервалов и отношений, основной мерой центральной тенденции является *средняя арифметическая величина* ($\overline{X}$), а мода и медиана могут использоваться для вспомогательных целей. Среднее арифметическое значение является наиболее точной средней величиной, так как рассчитывается на основе количественных результатов измерений по следующей формуле:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}, \qquad (2)$$

где $\sum$ - знак суммирования; *Xi* - значение отдельного измерения; *n* - общее число измерений в группе.

Например, среднее арифметическое значение для восьми результатов, состоящих из цифр: 8, 12, 14, 15, 16, 23, 20, 9 можно определить следующим образом:

$$\overline{X} = \frac{8+12+14+15+16+23+20+9}{8} = \frac{117}{8} \approx 14{,}6;$$

3. СПОСОБЫ ВЫЧИСЛЕНИЯ ДОСТОВЕРНОСТИ РАЗЛИЧИЙ МЕЖДУ ДВУМЯ НЕЗАВИСИМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ

В большинстве случаев в педагогических исследованиях, могут решаться задачи на выявление эффективности той или иной методики обучения, воспитания и тренировки с применением определенных средств, приемов и способов организации занятий. Решение этих задач обычно осуществляется путем проведения сравнительного педагогического эксперимента с выделением экспериментальных и контрольных групп, результаты которых в теории статистики принято называть *независимыми (несвязанными)*. В подобных случаях исследователю, прежде всего, необходимо ответить на вопрос: оказалась ли эффективной применяемая экспериментальная методика? С этой целью рассчитывается достоверность различий между полученными в итоге проведения сравнительного педагогического эксперимента результатами экспериментальных и контрольных групп. В педагогических исследованиях различия считаются достоверными при 5%-ном уровне значимости, т. е. утверждая то или иное положение, в этом случае допускается ошибка не более чем в 5 случаях на 100.

Расчет достоверности различий обычно проходит следующие этапы:

1. Определяют статистическую модель, т.е. выдвигают некоторый набор предпосылок относительно закона распределения полученных результатов и его параметров. Например, результаты имеют нормальное распределение, величины независимы и т.д.
2. Формулируют гипотезу, например, изменились ли результаты обучения в зависимости от применяемой методики.
3. Выбирают критерий, который подходит к выдвинутой статистической модели.
4. Определяют уровень значимости.
5. Рассчитывают значение выбранного статистического критерия для имеющихся данных.
6. Рассчитанное значение критерия сравнивают с граничным (табличным) и решают вопрос о достоверности различий. Если эмпирическое значение критерия равняется критическому значению, соответствующему 0,05, или превышает его, то нулевая гипотеза отклоняется, то есть различия считаются достоверными и наоборот. Исключения из этого правила составляют: критерий знаков, *T*-критерий

Вилкоксона и *U*-критерий Манна-Уитни, для которых устанавливаются обратные соотношения.

3.1. Определение достоверности различий по *t* - критерию Стьюдента

t - критерий Стьюдента относится к параметрическим, следовательно, его использование возможно только в том случае, когда результаты эксперимента представлены в виде измерений по двум последним шкалам - интервальной и отношений и они имеют *нормальное* распределение. Проиллюстрируем возможности критерия Стьюдента на конкретном примере.

Предположим, необходимо выяснить эффективность обучения стрельбе по определенной методике. Для этой цели проводится сравнительный педагогический эксперимент, где одна группа (экспериментальная), состоящая из 8 человек, занимается по предлагаемой экспериментальной методике, а другая (контрольная) - по традиционной, общепринятой. Рабочая гипотеза заключается в том, что новая, предлагаемая методика окажется более эффективной. Итогом эксперимента является контрольная стрельба из пяти выстрелов, по результатам которых (табл. 1) нужно рассчитать достоверность различий и проверить правильность выдвинутой гипотезы.

Таблица 1

Сравнительные результаты обучения стрельбе

Группы	*n*	Очки							
Экспериментальная	8	35	40	28	32	30	25	43	44
Контрольная	8	23	20	43	35	15	26	24	28

Что же необходимо сделать для расчета достоверности различий по *t* - критерию Стьюдента?

1. Вычислить средние арифметические величины ($\overline{X}$) для каждой группы в отдельности по следующей формуле:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}, \qquad (3)$$

где $\sum$ - знак суммирования; Xi - значение отдельного измерения; n - общее число измерений в группе.

Проставив в формулу фактические значения из таблицы 1, получим:

$$\overline{X}э = \frac{35 + 40 + \cdots + 44}{8} = \frac{277}{8} \approx 35;$$

$$\overline{X}к = \frac{23 + 20 + \cdots + 28}{8} = \frac{214}{8} \approx 27.$$

Сопоставление среднеарифметических величин показывает, что в экспериментальной группе данная величина ($\overline{X}$ э=35) выше, чем в контрольной ($\overline{X}$ к=27). Однако для окончательного утверждения о том, что занимающиеся экспериментальной группы научились стрелять лучше, следует убедиться в статистической достоверности различий (t) между рассчитанными среднеарифметическими значениями.

2. Для этой цели дальше необходимо вычислить в обеих группах стандартное (квадратическое) отклонение (σ) по следующей формуле:

$$\sigma = \pm \frac{Xi\,\max - Xi\,\min}{K}, \qquad (4)$$

где Xi max - наибольший показатель; Xi min - наименьший показатель; K - табличный коэффициент.

Порядок вычисления стандартного отклонения (σ):

- определить Xi max в обеих группах;
- определить Xi min в этих группах;
- определить число измерений в каждой группе (n);
- найти значение коэффициента K по специальной таблице (приложение 2), который соответствует числу измерений в группе (8). Для этого: в левом крайнем столбце под индексом (n) находим цифру 0, так как количество измерений в нашем примере меньше 10, а в верхней

строке - цифру 8; на пересечении этих строк - 2,85, что соответствует значению коэффициента *К* при 8 испытуемых;

- подставить полученные значения в формулу и произвести необходимые вычисления:

$$\sigma_э = \pm\frac{44-25}{2{,}85} \approx 6{,}6; \quad \sigma_к = \pm\frac{43-15}{2{,}85} \approx 9{,}8.$$

3. Следующим этапом является вычисление стандартной ошибки среднего арифметического значения (m) по формуле:

$m = \pm\frac{\sigma}{\sqrt{n-1}}$, когда $n<30$ и $m = \pm\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, когда $n \geq 30$.

Для нашего примера подходит первая формула, так как $n < 30$. Вычислим для каждой группы значения (m):

$$m_э = \pm\frac{6{,}6}{\sqrt{8-1}} = \frac{6{,}6}{2{,}6} \approx 2{,}5; \qquad m_к = \pm\frac{9{,}8}{\sqrt{8-1}} = \frac{9{,}8}{2{,}6} \approx 3{,}8.$$

4. Вычислить среднюю ошибку разности по формуле:

$$t = \frac{\overline{X}э - \overline{X}к}{\sqrt{m_э{}^2 + m_к{}^2}} = \frac{35-27}{\sqrt{2{,}5^2 + 3{,}8^2}} = \frac{35-27}{\sqrt{6{,}25+14{,}44}} = \frac{8}{\sqrt{20{,}69}} = \frac{8}{4{,}5} \approx 1{,}7 \cdot$$

5. По специальной таблице (приложение 3) определить достоверность различий. Для этого полученное значение (t) сравнивается с граничным при 5%-ном уровне значимости ($t_{0,05}$) при числе степеней свободы $f=n_э+n_к-2$, где $n_э$ и $n_к$ - общее число индивидуальных результатов соответственно в экспериментальной и контрольной группах. Если окажется, что полученное в эксперименте ($t_ф$) *больше* или *равно* граничному значению ($t_{гр}$), т.е. $t_ф \geq t_{гр}$, то различия между средними арифметическими двух групп считаются *достоверными* при 5%-ном уровне значимости и наоборот, в случае, когда полученное $t_ф$ *меньше* граничного значения $t_{гр}$, считается, что различия *недостоверны*, и разница в среднеарифметических

показателях групп имеет случайный характер. Граничное значение при 5%-ном уровне значимости ($t_{0,05}$) определяется следующим образом:

- вычислить число степеней свободы f = 8+8-2=14;
- найти по таблице (приложение 3) граничное значение $t_{0,05}$ при f=14.

В нашем примере граничное (табличное) значение $t_{0,05}$=2,15, сравним это значение с вычисленным t, которое равно 1,7, т. е. *меньше* граничного значения (2,15). Следовательно, различия между полученными в эксперименте средними арифметическими значениями считаются *недостоверными*, а значит, недостаточно оснований говорить о том, что одна методика обучения стрельбе оказалась эффективнее другой. В этом случае можно записать: t=1,7 при P > 0,05, это означает, что в случае проведения 100 аналогичных экспериментов вероятность (P) получения подобных результатов, когда средние арифметические величины экспериментальных групп окажутся выше контрольных, больше 5%-ного уровня значимости или меньше 95 случаев из 100. Итоговое оформление таблицы с учетом полученных расчетов и с приведением соответствующих параметров может выглядеть следующим образом (табл. 2).

Таблица 2

Сравнительные результаты обучения стрельбе

Группы	n	Очки	$\overline{X}$	σ	m	t p
Экспериментальная	8	35 40 28 32 30 25 43 44	35	6,6	2,5	
						1,7>0,05
Контрольная	8	23 20 43 35 15 26 24 28	27	9,8	3,8	

При сравнительно больших числах измерений условно принято считать, что если разница между средними арифметическими показателями равна или больше трех своих ошибок, то различия считаются достоверными. В этом случае достоверность различий определяется по следующему уравнению:

$$\overline{X}э - \overline{X}к \geq 3\sqrt{m_э{}^2 + m_к{}^2}\ . \qquad (5)$$

Правильное применение t - критерия предполагает нормальное распределение сравниваемых результатов. Если это условие не выполняется, то данный критерий применять не рекомендуется.

3.2. Определение достоверности различий по критерию F-критерию Фишера

Еще одним критерием для определения достоверности различий между полученными результатами по интервальной шкале и шкале отношений является ***F***-критерий Фишера[1], который относится к параметрическим. Основное отличие данного критерия заключается в том, что сравниваются не средние значения выборок как при использовании t-критерия Стьюдента, а их *дисперсий* при наличии нормального распределения. Расчет достоверности различий производится в следующей последовательности:

1. Определить $\boldsymbol{F}_{эмп}$ по формуле:

$$F_{эмп} = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}, \qquad (6)$$

Где σ_1^2 и σ_2^2 - дисперсии сравниваемых выборок. При этом условиями ***F***-критерия Фишера предусматривается, что в *числителе* формулы находится *большая* дисперсия. В связи с тем, что принято брать отношение большей дисперсии к меньшей, то $\boldsymbol{F}_{эмп} \geq \mathbf{1}$. При $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ $\boldsymbol{F}_{эмп} \geq \mathbf{1}$.

2. Рассчитать значения дисперсий σ^2, для чего значение стандартного отклонения σ в обеих выборках возводим в квадрат, предварительно определив σ, пользуясь формулой, представленной в разделе 3.1:

$$\sigma = \pm \frac{Xi\max - Xi\min}{K}.$$

3. По таблице (приложение 4) найти граничное (критическое) значение критерия ($\boldsymbol{F}_{гр}$) для пятипроцентного уровня значимости (P≤0,05).

4. Сравнить значения $\boldsymbol{F}_{эмп}$ и $\boldsymbol{F}_{гр}$ и сформулировать выводы:

- если окажется, что $\boldsymbol{F}_{эмп} \geq \boldsymbol{F}_{гр}$, то различие между выборками статистически *достоверно*;

---

[1] В математической статистике существует несколько критериев Фишера. В данном случае рассматривается ***F***-критерий, а в разделе 3.6. будет рассмотрен φ-критерий углового преобразования Фишера.

- если $F_{эмп} < F_{гр}$, то различие *не достоверно*.

Для закрепления последовательности расчетов обратимся к примеру расчета достоверности различий по t-критерию Стьюдента на основе данных *таблицы 1*, рассмотренному в *разделе 3.1*:

1. Определим $F_{эмп}$, пользуясь уже готовыми данными, подставив их в формулу:

$$F_{эмп} = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = \frac{\sigma_к^2}{\sigma_э^2} = \frac{9{,}8^2}{6{,}6^2} = \frac{96{,}04}{43{,}56} = 2{,}20 \,.$$

2. По таблице (приложение 4) находим критическое значение $F_{гр}$ для пятипроцентного (P≤0,05) уровня значимости. Для этого предварительно определяем числа степеней свободы для каждой группы по формуле: ***k=n-1***. Подсчитав значения ***k*** для экспериментальной и контрольной групп получаем:

$K_1 = n_к - 1 = 8-1=7$; $K_2 = n_э - 1 = 8-1=7$, где

K_1 – число степеней свободы для большей дисперсии (в нашем случае это контрольная группа);

K_2 – число степеней свободы для меньшей дисперсии (в нашем примере это экспериментальная группа);

$n_к$ – количество испытуемых в контрольной группе;

$n_э$ - количество испытуемых в экспериментальной группе.

3. На пересечении данных $K_1=7$ и $K_2=7$ в таблице (приложение 4) находим значение $F_{гр}$, которое равно **3,79**.

4. Сравниваем рассчитанное значение $F_{эмп}$ и $F_{гр}$. Поскольку $F_{эмп}=2{,}20 < F_{гр}=3{,}79$, то следует сделать вывод о *недостоверности* различий между сопоставляемыми дисперсиями.

Как видно из наших расчетов и по t-критерию Стьюдента и ***F***-критерию Фишера достоверных различий между результатами экспериментальной и контрольной группами не выявлено.

3.3. Оценка нормальности распределения

Использование параметрических критериев, основанных на результатах, полученных по количественным шкалам (шкала интервальная и отношений) предполагает, что эти результаты имеют *нормальное* распределение.

График нормального распределения называется кривой Гаусса и является симметричным относительно среднего значения $\overline{X}$ (рис.1).

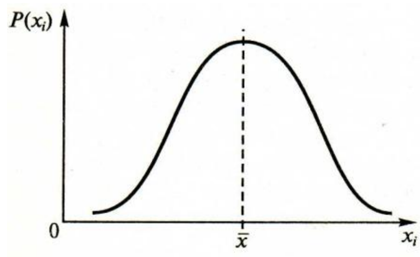


Рис.1. Кривая Гаусса

Таким образом нормальное распределение предполагает равномерное распределение результатов по обе стороны от среднего арифметического значения (в большую и меньшую). Однако в эмпирических выборках результаты могут в той или иной степени быть ассиметричными, т.е. скошенными в ту или иную сторону. В связи с этим различают левостороннюю или правостороннюю асимметрию. Кроме асимметричности кривые распределения могут иметь характеристики *плосковершинности* и *островершинности*, которые определяют величиной *эксцесса*.

Если результаты измерений по своим характеристикам относятся к нормальному распределению, то для расчета достоверности различий между полученными результатами могут быть использованы параметрические критерии такие как t-критерий Стьюдента, F-критерий Фишера и др. В случае, когда результаты измерений имеют отклонения от нормального распределения – параметрические критерии использовать нельзя. В этом случае нужно обратиться к непараметрическим критериям.

Поэтому рассмотрим вопрос оценки нормальности распределения полученных эмпирическим путем результатов. В литературе имеется достаточно много критериев, связанных с оценкой нормальности распределения таких результатов (W критерий Шапиро-Уилка, критерии асимметрии и эксцесса, критерий хи-квадрат, критерий Колмогорова-Смирнова и др.). Здесь мы рассмотрим один из вариантов сравнительно несложного для ручного определения нормальности распределения полученных результатов, основанного на *правиле трех сигм* ($\pm 3\sigma$).

Суть данного правила сводится к следующему. Установлено, что под кривой Гаусса участок $\overline{X} \pm \sigma$ занимает 0,628 всей площади, участку $\overline{X} \pm 2\sigma$ отведено 0,9545 всей площади, а на участке $\overline{X} \pm 3\sigma$ находится 0,09973 всей площади. Таким образом, можно говорить о том, что на участке $\overline{X} \pm 3\sigma$ для нормального распределения должны быть сосредоточены все эмпирические данные (рис.2).

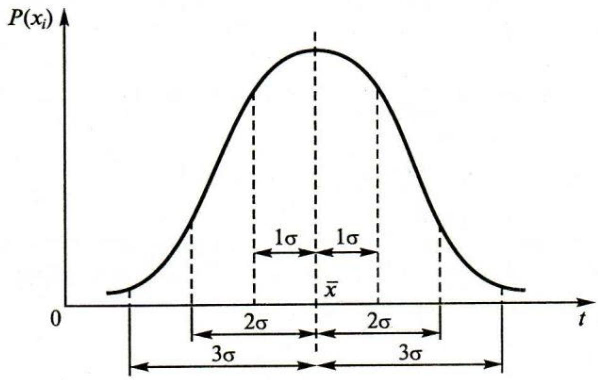


Рис.2. Правило трех сигм ($\pm 3\sigma$)

Проверим на нормальность распределения результатов экспериментальной и контрольной групп правилом трех сигм. Для этого проанализируем данные, полученные в табл. 1. Так, в экспериментальной группе $\overline{X}$ э = 35, а $\sigma_э$ = 6,6, стало быть, 3σ =6,6 х 3 =19,8. Величина $\overline{X}$ э - 3σ =35-19,8=15,2, а величина $\overline{X}$ э +3σ =35+19,8=54,8. По правилу трех сигм для утверждения нормальности распределения полученных результатов они должны находиться в пределах от -3σ до +3σ., т.е. в данном случае от 15,2 до 54,8. Так как для нашего случая все результаты экспериментальной группы находятся от 28 до 44, т.е. занимают меньшее пространство чем 15,2 – 54,8, то можно утверждать о нормальности распределения результатов экспериментальной группы. В контрольной группе $\overline{X}$ к=27, $\sigma_к$=9,8, а 3σ=9,8 х 3=29,4. Величина $\overline{X}$ к - 3σ=27-29,4= -2,4, величина $\overline{X}$ к +

3σ= 27 + 29,4= 56,4. Посмотрим, укладываются ли полученные результаты контрольной группы в промежуток от –2,4 до +56,4. Из табл. 1 видно, что минимальное значение в контрольной группе равно 15, а максимальное – 43, что значительно уже значений $\pm 3\sigma$, т.е. от –2,4 до 56,4. Поэтому и в этом случае распределение нормальное. Значит, использование *t*-критерия Стьюдента для расчета достоверности различий в данном примере оправдано.

Как указывается в специальной литературе *t* – распределение зависит только от числа степеней свободы, причем с увеличением объема выборки *n* быстро приближается к нормальному, и уже при $n \geq 30$, не отличается от него. При небольшом числе наблюдений $8 \leq n \leq 50$ для оценки нормальности распределения обычно используется W критерий Шапиро-Уилка.

3.4. Определение достоверности различий по *Т*-критерию Уайта

Одним из критериев, применяемых для установления достоверности различий, наблюдаемых при сравнении двух независимых результатов, полученных по шкале порядка, является непараметрический критерий *Т* Уайта, который в равной мере применим для сравнения групп с одинаковым числом испытуемых и с неодинаковым. Сущность методики определения достоверности различий на основе этого критерия следующая. Результаты экспериментальных и контрольных групп ранжируют (упорядочивают) в общий ряд и находят их ранги. Затем эти ранги суммируют отдельно для каждой группы. Если сравниваемые результаты этих групп совершенно не отличаются один от другого, то эти суммы их рангов должны быть равны между собой, и наоборот. Чем значительнее расхождение между полученными результатами, тем больше разница между суммами их рангов. Достоверность этих различий и оценивается с помощью критерия *Т* Уайта по специальной таблице. Необходимо указать, что данная таблица (приложение 5) пригодна в случае, когда максимальное число испытуемых в одной группе не превышает 27, а в другой 15. При равновеликих группах число испытуемых в каждой из них не должно превышать 15. Для оценки критерия *Т* всегда берется *меньшая* из двух сумм рангов, которая и сравнивается с табличным (стандартным) значением этого критерия для $n_э$ и $n_к$, т. е. число испытуемых в экспериментальной и контрольной группе. Если *Т*ст (табличное) > *T*ф (меньшая сумма рангов), то это указывает на *достоверность* различий. Если же табличное число (*T*ст) меньше или равно фактической величине критерия (*T*ф), то разница считается статически *недостоверной*. Покажем определение достоверности различий с помощью критерия *T* Уайта на конкретном примере, где задачей исследования является определение эффективности обучения гимнастическим упражнениям по методике предписаний алгоритмического типа (экспериментальная группа) и целостной методике (контрольная группа). Оценка результатов обучения осуществлялась экспертной комиссией на основе 10-балльной системы, т.е. измерения сделаны по шкале порядка. Полученные оценки распределились следующим образом: экспериментальная группа - 8,5; 8,6; 8,4; 9,0; 9,2; 9,4; 9,1; 8,8; контрольная группа - 7,8; 8,0; 8,2; 7,9; 7,5; 8,5; 8,1. Теперь необходимо ранжировать все полученные оценки в возрастающем порядке независимо от группы. Чтобы облегчить последующие цифровые операции, целесообразно построить ступенчатые ряды оценок и их рангов (*R*). При этом в верхнем ступенчатом ряду расположить оценки, а в нижнем - их ранги (табл. 3).

Таблица 3

Сравнительные оценки в баллах, полученные за выполнение упражнения

Группы	*n*	Оценки и ранги														
Э	8							8,4		8,5	8,6	8,8	9,0	9,1	9,2	9,4
К	7	7,5	7,8	7,9	8,0	8,1	8,2		8,5							
Порядок		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Rэ								7		8,5	10	11	12	13	14	15
Rк		1	2	3	4	5	6		8,5							

В случае, когда попадутся одинаковые оценки в разных группах, то безразлично, которая из них будет стоять первой в общем ряду. Ранг для таких оценок ставится средний, полученный путем деления суммы порядковых чисел, за которыми стоят полученные результаты на число одинаковых показателей. В нашем примере такими являются оценки 8,5 и 8,5, которые занимают в общем ряду соответственно 8 и 9 места, поэтому среднеарифметический ранг для них будет 8,5 (8+9=17:2=8,5), он и записывается для обеих оценок. Следующей операцией является вычисление суммы рангов ($\sum$R) отдельно для экспериментальной (Э) и контрольной (К) группы.

$$\sum Rэ=7+8,5+10+11+12+13+14+15=90,5;$$

$$\sum Rк=1+2+3+4+5+6+8,5=29,5.$$

Очень важно, чтобы суммы рангов были подсчитаны правильно. Правильность вычислений при этом можно определить простым способом. Так, общая сумма рангов ($\sum$Rобщ) обеих групп рассчитывается по формуле:

$$\sum R_{общ} = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{15 \cdot (15+1)}{2} = 120 .$$

Такой же должна быть и общая сумма вычисленных нами рангов, т.е. $\sum$Rэ +$\sum$Rк=90,5+29,5=120, значит наши вычисления правильны. Чтобы определить достоверность различий, *меньшую* сумму рангов (*T*ф=29,5) сравниваем с табличным значением критерия *T*ст для $n_э$=8 и $n_к$=7 при 5%-ном уровне значимости. В таблице (приложение 5) в левом столбце отыскиваем цифру 8, так как она больше, а на верхней строчке цифру 7, на пересечении двух этих цифр находим значение *T*ст, которое равно 38. Так как *T*ст=38>*T*ф=29,5, следует заключить, что различия между полученными результатами *достоверны* (*T*=29,5 при $P < 0,05$). Следовательно, в данном случае можно сделать вывод о том, что методика предписаний алгоритмического типа оказалась более эффективной по сравнению с целостной методикой обучения гимнастическим упражнениям.

3.5. Определение достоверности различий по U-критерию Манна-Уитни

Критерий предназначен для оценки различий между независимыми выборками, полученными по шкале не ниже шкалы порядка и когда $n_1, n_2 \geq 3$ или $n_1=2, n_2 \geq 5$.

Для расчета U-критерия необходимо:

1) расположить числовые значения сравниваемых выборок в возрастающем порядке в один общий ряд и пронумеровать члены общего ряда от 1 до $N=n_1+n_2$, которые и будут «рангами» членов ряда;

2) отдельно для каждой выборки найти суммы рангов R и определить величины:

$$U_1 = R_1 - \frac{n_1 (n_1 + 1)}{2} \qquad (7)$$

$$U_2 = R_2 - \frac{n_2 (n_2 + 1)}{2} \qquad (8),$$

которые отображают связь между суммами рангов первой и второй выборки;

3) в качестве U-критерия использовать <u>*меньшую*</u> величину рассчитанного значения ($U_ф$), которую сравнить с табличным (граничным) значением ($U_{гр}$). Если окажется, что $U_ф > U_{гр}$, то различия между результатами двух независимых выборок считаются <u>*недостоверными*</u> и наоборот, в случае, когда $U_ф \le U_{гр}$ – различия между этими результатами <u>*достоверны*</u> при принятом уровне значимости.

Для расчета достоверности различий по U- критерию Мнна-Уитни обратимся к примеру определения достоверности различий по Т-критерию Уайта на основе данных таблицы 3, где различия между полученными результатами оказались <u>*достоверными*</u>. Проверим этот вывод с помощью U- критерия Мнна-Уитни. Для этого полученные значения $\sum$Rэ (R_1)=90,5 и $\sum$Rк (R_2)=29,5 подставим в формулы 7 и 8 и получим следующие данные:

$$U_1 = 90{,}5 - \frac{8(8+1)}{2} = 90{,}5 - 36 = 54{,}5$$

$$U_2 = 29{,}5 - \frac{7(7+1)}{2} = 29{,}5 - 28 = 1{,}5$$

После этого <u>*меньшую*</u> величину ($U_ф$=1,5) сравниваем с табличным (граничным) значением ($U_{гр}$) для n_1=8 и n_2=7 и уровня значимости 0,05 (приложение 6), которое для нашего примера равно 10 (цифра на пересечении столбца $n_1=8$ и строки n_2 =7 . Так как и в этом случае $U_ф$=1,5< $U_{гр}$=10 можно подтвердить <u>*достоверность*</u> различий между полученными результатами и делать вывод о большей эффективности экспериментальной методики обучения гимнастическим упражнениям с использованием предписаний алгоритмического типа.

3.6. Определение достоверности различий по *X* – критерию Ван -дер-Вардена

В связи с тем, что *T* - критерий Уайта имеет определенные ограничения попытаемся разобрать еще один критерий для расчета достоверности различий между независимыми результатами, полученными по шкале порядка, который не имеет этих ограничений. К такому критерию относится *X* - критерий Ван-дер-Вардена.

Допустим, что проведен сравнительный педагогический эксперимент с выделением экспериментальной и контрольной групп по освоению какого-либо раздела (темы) определенного предмета. Проверяется гипотеза о том, что экспериментальная методика освоения учебного материала окажется более эффективной. Итоговая проверка уровня знаний осуществлена с использованием контролирующей программы, состоящей из 10 вопросов с выборочными вариантами ответов. Получены следующие результаты (табл. 4).

Таблица 4

Сравнительные результаты итогового контроля знаний

Группы	*n*	Число правильных ответов из 10 вопросов										
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Экспер.	15	-	-	-	-	-	2	4	1	3	2	3
Контр.	15	-	1	3	3	1	2	3	-	2	-	-

Расчет достоверности различий по *X* - критерию Ван-дер-Вардена включает следующие этапы:

1. Подготовить специальную таблицу для расчетов (табл. 5).

Таблица 5

Таблица для расчета достоверности различий по *X*- критерию Ван-дер-Вардена

Порядковый номер (R)	Число правильных ответов из 10		$\frac{R}{N+1}$	$\psi\left(\frac{R}{N+1}\right)$
	Экспер. группа	Контр. группа		
1		1		

Продолжение таблицы 5

2		2		
3		2		
4		2		
5		3		
6		3		
7		3		
8		4		
9		5		
10		5		
11	5		11:31=0,355	-0,37
12	5		12:31=0,387	-0,29
13	6		13:31=0,419	-0,20
14	6		14:31=0,452	-0,12
15	6		15:31=0,484	-0,04
16	6		16:31=0,516	0,04
17		6		
18		6		
19		6		
20	7		20:31=0,645	0,37
21	8		21:31=0,678	0,46
22	8		22:31=0,710	0,55
23	8		23:31=0,742	0,65
24		8		
25		8		
26	9		26:31=0,839	0,99
27	9		27:31=0871	1,13
28	10		28:31=0903	1,30
29	10		29:31=0,935	1,51
30	10		30:31=0,968	1,85
	n=15	n=15		Σ=8,85

2. В первый столбец поместить порядковые номера всех наблюдений в экспериментальной и контрольной групп (ранги) $R = n_э + n_к$ = 15+15=30 (N).

3. Внести полученные результаты экспериментальной и контрольной групп в возрастающем порядке соответственно во второй и третий столбцы.

4. Выбрать одну из групп (при этом не имеет значения какую, если они имеют одинаковое количество испытуемых, когда одна группа меньше, то выбирать ее) и внести в четвертый столбец для всех наблюдений выбранной группы (для нашего примера возьмем

экспериментальную группу) величины $\frac{R}{N+1}$ (частные от деления порядкового номера на число, равное сумме наблюдений в обеих группах, плюс 1), где N – общее число наблюдений, т.е. $n_э + n_к = 15+15=30$, R -порядковые номера.

5. Для величин $\frac{R}{N+1}$ в приложении 7 найти значения функции $\psi\left(\frac{R}{N+1}\right)$ (Ψ – греческая буква ПСИ) и разместить их в пятый столбец. Определение этого значения по таблице (приложение 7) производится следующим образом: в левом столбце таблицы находим значение $\frac{R}{N+1}$ до сотых, например, если в нашем примере для порядкового номера 11 значение $\frac{R}{N+1}$ равно 0,355, то нам необходимо в левом столбце таблицы приложения найти цифру 0,35. На пересечении колонки с цифрой 5 и данной строки и будет находиться значение функции $\psi\left(\frac{R}{N+1}\right)$, которое для нашего примера равно – 0,37. Таким образом найти все значения для экспериментальной группы с учетом знаков «+» и «-».

6. Подсчитать сумму конечных значений функции Ψ (ПСИ), которая и будет являться величиной рассчитанного (фактического) значения *X*-критерия Ван-дер-Вардена.

7. Сравнить полученную величину $X_ф$ с граничным (табличным) значением $X_{гр}$ при выбранном уровне значимости по специальной таблице (приложение 8). В нашем примере $X_ф$ равно 8,85. Граничное значение берется в зависимости от числа ($N=n_э+n_к$), а также от разности ($n_э$- $n_к$) между числом наблюдений в группах, если в группах разное количество наблюдений (испытуемых).

В нашем примере число наблюдений одинаков – по 15, поэтому граничное значение $X_{гр}$ при 5%-ном уровне значимости для N=30 равно 4,88.

8. На основе сравнения данных $X_ф$ и $X_{гр}$ делаются статистический и педагогический выводы:

Статистический вывод: если рассчитанная величина больше граничного ($X_ф > X_{гр}$), то можно говорить о *достоверности* различий в полученных результатах. В случае, когда рассчитанная величина *X* меньше граничного, т.е. ($X_{ф}$<$X_{гр}$), различия между полученными результатами считаются *недостоверными.*

Педагогический вывод: при получении достоверных различий можно говорить о большей эффективности одной из методик обучения, тренировки, воспитания. В случае, когда различия статистически недостоверны утверждать о преимуществе какой-либо из применявшихся методик нет оснований.

В нашем примере $X_{ф}$> $X_{гр}$ соответственно 8,85>4,88, т.е. различия в полученных результатах статистически достоверны (X=8,85 при P< 0,05), что позволяет утверждать о большей эффективности обучения занимающихся экспериментальной группы.

3.7. Определение достоверности различий по критерию *хи*-квадрат

Критерий хи-квадрат ($Х^2$) применяется для сравнения распределений испытуемых двух групп по состоянию некоторого свойства на основе измерений по шкале *наименований*. Для расчета достоверности различий в этом случае результаты, полученные в обеих группах, распределяются в *четырехпольные* или *многопольные* таблицы в зависимости от того, на сколько классов (категорий) эти результаты подразделяются.

1. Случай четырехпольной таблицы. Допустим, проверяется эффективность использования специальной методики обучения подъему разгибом на перекладине. Отберем для этой цели две равноценные группы по 25 человек в каждой: экспериментальную, где обучение ведется по экспериментальной методике, и контрольную, где обучение проводится по общепринятой, традиционной методике. Результаты обучения будем измерять по шкале наименований, имеющей только две взаимоисключающие категории: выполнил - не выполнил. На основе таких измерений результатов обучения занимающихся экспериментальной и контрольной групп составляется четырехпольная таблица 2х2:

	Категория 1	Категория 2	
Экспер.гр.	$Э_1$	$Э_2$	$Э_1+Э_2=n_э$
Контр. гр.	$К_1$	$К_2$	$К_1+К_2=n_к$
	$Э_1 + К_1$	$Э_2+К_2$	$n_э+n_к=N$

В этой таблице $Э_1$ - число занимающихся экспериментальной группы, попавших в первую категорию (класс), например в категорию выполнивших подъем разгибом; $Э_2$ - число занимающихся экспериментальной группы, попавших во вторую категорию, например в категорию не выполнивших подъем разгибом; соответственно $К_1$ и $К_2$. N - общее число наблюдаемых (испытуемых), равное $Э_1+Э_2+К_1+К_2$ или $n_э+n_к$. На основе данных такой таблицы можно проверить гипотезу о равенстве вероятностей попадания занимающихся экспериментальной и контрольной групп в первую (вторую), категорию шкалы измерения проверяемого свойства, например, гипотезу о равенстве вероятностей выполнения подъема разгибом занимающимися экспериментальной и контрольной группы и на этой основе судить об эффективности той или иной методики обучения. Для проверки гипотезы подсчитывается значение хи-квадрат по следующей формуле:

$$X^2 = \frac{N(Э_1 \cdot K_2 - Э_2 \cdot K_1)^2}{n_э \cdot n_к \cdot (Э_1 + K_1) \cdot (Э_2 + K_2)} \quad . \qquad (9)$$

Полученное значение X^2 сравнивается с критическим значением (X^2 крит) при числе степеней свободы V=С-1 и уровне значимости 0,05, где С-число категорий. Если наблюдаемое значение хи-квадрат (X^2 наб) больше критического, т.е. X^2 наб > X^2 крит, то считается, что распределение полученных результатов в ту или иную категорию не случайное и, следовательно, одна из применяемых методик обучения является более эффективной, и наоборот, когда X^2 наб < X^2 крит, то распределение полученных результатов в ту или иную категорию не считается случайным и в данном случае нет оснований говорить о преимуществах какой-либо из применявшихся методик.

Критерий <u>не рекомендуется</u> использовать, если $N=n_э+n_к<20$ и в случае, когда хотя бы одна из абсолютных частот ($Э_1$, $Э_2$, $К_1$, $К_2$) в таблице 2х2, составленной на основе экспериментальных данных, <u>меньше 5</u>. В случае же, если хотя бы одна из абсолютных частот имеет значение, заключенное в пределах от 5 до 10, то применение критерия возможно при внесении некоторых изменений в формулу (9). Тогда значение подсчитывается по следующей формуле:

$$X^2 = \frac{N \cdot ([Э_1 \cdot K_2 - Э_2 \cdot K_1] - \frac{N}{2})^2}{n_э \cdot n_к \cdot (Э_1 + K_1) \cdot (Э_2 + K_2)} \quad . \qquad (10)$$

Для наглядности проставим конкретные значения в четырехпольную таблицу с учетом нашего примера и выявим достоверность различий между полученными результатами. Например, из 25 занимающихся экспериментальной группы после обучения выполнили подъем разгибом 20 человек, не смогли выполнить 5 человек. В контрольной - 13 и 12.

Составим на основе этих результатов четырехпольную таблицу:

	выполнили	не выполнили	
Экспер.гр.	$Э_1$=20	$Э_2$=5	$n_э=Э_1+Э_2=25$
Контр. гр.	$К_1$=13	$К_2$=12	$n_к=К_1+К_2=25$
	$Э_1 + К_1=33$	$Э_2+К_2 =17$	$N= n_э+n_к=50$

Из таблицы видно, что все значения абсолютных частот *не меньше* 5, но одно значение ($Э_2$) равно 5, поэтому подсчет необходимо произвести по формуле (10).

$$X^2 = \frac{50 \cdot ([20 \cdot 12 - 5 \cdot 13] - \frac{50}{2})^2}{25 \cdot 25 \cdot (20 + 13) \cdot (5 + 12)} = 3{,}2 \cdot$$

Теперь необходимо это значение, т.е. X^2 наб сравнить с критическим (X^2 крит), для чего вначале определяем число степеней свободы *V*=C-1=2-1=1. Дальше из таблицы (приложение 9) находим значение X^2 крит, которое равно 3,8. Отсюда верно неравенство X^2 наб < X^2 крит (3,2<3,8), следовательно, большее количество занимающихся экспериментальной группы, сумевших в данном случае выполнить подъем разгибом, имеет случайный характер и, видимо, зависит от других факторов. Поэтому говорить о том, что экспериментальная методика была более эффективной, нет оснований.

2. Случай построения многопольной таблицы. Применение критерия хи-квадрат возможно и в том случае, когда результаты сравниваемых групп по состоянию изучаемого свойства, признака распределяются более чем на две категории (класса). В этих случаях для вычисления достоверности различий строятся *многопольные* таблицы. Например, мы хотим сравнить эффективность проведения профориентационной работы среди учащихся выпускных классов, задачей которой является агитация выпускников к поступлению на факультет физической культуры. Для этой цели отберем две равноценные группы средних школ. В одной из них (экспериментальной, 100 человек) работа ведется непосредственно преподавателями и студентами факультета путем проведения бесед, лекций, экскурсий, в другой (контрольной, 100 человек) - только через периодическую печать и радио. Результаты проведения такой работы проверим с помощью анкеты, на вопросы которой ответы учащихся можно подразделить на три категории типа: хочу поступать на факультет, не хочу и не знаю.

Проверяется гипотеза, что профориентационная работа в экспериментальных школах окажется более эффективной и у учеников этих школ ответов "хочу" будет больше, чем у учеников контрольных школ. В этих случаях результаты измерения состояния изучаемого свойства каждой группы распределяются на *С* категорий. На основе данных составляется таблица 2хС, в которой два ряда (по числу рассматриваемых групп) и *С* колонок (по числу различных категорий состояния изучаемого свойства, принятых в исследовании).

	Категория 1	Категория 2		Категория i		Категория C	
Экс. гр.	$Э_1$	$Э_2$	……	$Эi$	……	$Эс$	э
Контр. гр.	$К_1$	$К_2$	……	$Кi$	……	$Кс$	к
	$Э_1+К_1$	$Э_2+К_2$		$Эi+Кi$		$Эс+Кс$	

В этой таблице *Э*i (i=1,2,...С) - число испытуемых экспериментальной группы, попавших в i-ю категорию по состоянию изучаемого свойства; *К*i (i=1,2,...С) - число испытуемых контрольной группы, попавших в i-ю категорию по состоянию изучаемого свойства. Для проверки рассмотренной выше гипотезы с помощью критерия хи-квадрат на основе данных таблицы 2хС подсчитывается значение статистического (наблюдаемого) критерия по следующей формуле:

$$X^2 = \frac{1}{n_э \cdot n_к} \sum_{i=1}^{C} \frac{(n_э \cdot Ki - n_к \cdot Эi)^2}{Эi + Ki} \quad . \qquad (11)$$

Рассчитанное по этой формуле значение хи-квадрата, полученное на основе экспериментальных данных, сравнивается с критическим значением (X^2 крит), которое определяется по таблице (приложение 9) с С-1 степенью свободы с учетом 5%-ного уровня значимости (0,05). Если мы получим значение хи-квадрата, которое больше критического значения (X^2 наб > X^2 крит), то это значит, что большее число ответов "хочу" у учащихся экспериментальных школ не является случайностью и, стало быть, можно говорить о преимуществах экспериментальной работы. В случае, когда X^2 наб ≤ X^2 крит, то эти различия считаются *недостоверными*, имеют случайный характер, поэтому признавать эту работу более эффективной нет оснований.

Предположим, что в нашем примере ученики экспериментальных школ (100 чел.) распределились в зависимости от своих ответов на вопросы анкеты следующим образом: "хочу" - 40; "не хочу" - 35; "не знаю" - 35, а ученики контрольных школ (100 чел.) соответственно 20; 45; и 35. На основе этих данных составим многопольную таблицу:

	"хочу"	"не хочу"	"не знаю"	
Эксп. гр.	$Э_1$=40	$Э_2$=35	$Э_3$=25	$n_э$=100
Контр. гр.	$К_1$=20	$К_2$=45	$К_3$=35	$n_к$=100
	$Э_1+К_1$=60	$Э_2+К_2$=80	$Э_3+К_3$=60	N=200

$$X^2 \frac{1}{n_э \cdot n_к} \sum_{i=1}^{C} \cdot \frac{(n_э \cdot Ki - n_к \cdot Эi)^2}{Эi + Ki} = \frac{1}{n_э \cdot n_к} \cdot \left[\frac{(n_э \cdot K_1 - n_к \cdot Э_1)^2}{Э_1 + K_1} + \frac{(n_э \cdot K_2 - n_к \cdot Э_2)^2}{Э_2 + K_2} + \frac{(n_э \cdot K_3 - n_к \cdot Э_3)^2}{Э_3 + K_3} \right]$$

$$= \frac{1}{100 \cdot 100} \cdot \left[\frac{(100 \cdot 20 - 100 \cdot 40)^2}{40 + 20} + \frac{(100 \cdot 45 - 100 \cdot 35)^2}{35 + 45} + \frac{(100 \cdot 35 - 100 \cdot 25)^2}{25 + 35} \right] = 9{,}58$$

По таблице (приложение 9) находим критическое значение (X^2 крит) для числа степеней свободы *V*=С-1=3-1=2 при 0,05 уровне значимости. Оно равно 5,9, что <u>меньше</u> наблюдаемого значения. Отсюда верно неравенство X^2 набл > X^2 крит (9,58>5,99), что свидетельствует о достоверности различий между ответами учащихся экспериментальных и контрольных групп, а, стало быть, подтверждается наша гипотеза о том, что экспериментальная работа по профориентации была более эффективной (X^2 =9,58 при P<0,05).

3.8. Определение достоверности различий на основе углового преобразования Фишера (φ-критерий)

Как указывает Е.В. Сидоренко[2] $\boldsymbol{\varphi}$-критерий углового преобразования Фишера относится к многофункциональным, которые могут использоваться по отношению к самым разнообразным данным, выборкам и задачам. Это означает, что выборки могут быть как независимыми (несвязанными), так и зависимыми (связанными), т.е. с помощью данного критерия можно сравнивать разные выборки испытуемых и показатели одной и той же выборки, измеренные в разных условиях. Но, в связи с тем, что для расчета достоверности различий между результатами, полученными по различным шкалам измерений, нами уже описан ряд критериев, то здесь мы рассмотрим пример использования $\boldsymbol{\varphi}$-критерия углового преобразования Фишера для сопоставления двух выборок по частоте встречаемости интересующего исследователя эффекта. Например, доля (число) гимнастов *выполнивших* упражнение и *не выполнивших* в экспериментальной группе (первая выборка) и то же самое в контрольной группе (вторая выборка). При этом доля *выполнивших* упражнение и доля, *не выполнивших* в сумме должна составлять 100% для каждой группы в отдельности. Другими случаями использования данного критерия можно ознакомиться в работе Е.В. Сидоренко.

Суть углового преобразования Фишера состоит в переводе процентных долей в величины центрального угла, который измеряется в радианах. Большей процентной доле соответствует больший угол $\boldsymbol{\varphi}$**,** а меньшей доле – меньший угол. В этой связи следует отметить, что в подобных случаях данный критерий нужно использовать тогда, когда результаты измерений носят качественный характер и они получены по шкале наименований. В этом случае $\boldsymbol{\varphi}$-критерий позволяет определить, действительно ли один из углов статистически достоверно превосходит другой при данных объемах выборок.

---

[2] Сидоренко Е.В. Методы математической обработки в психологии. СПб.: ООО «Речь», 2002. 350 с.

При использовании данного критерия необходимо также учитывать некоторые *ограничения*:

1) ни одна из сопоставляемых долей не должна быть равной нулю;

2) верхний предел в ***φ***-критерии отсутствует – выборки могут быть сколько угодно большими;

3) нижний предел – 2 наблюдения в одной из выборок. При этом должны соблюдаться следующие соотношения в численности выборок:

- если в одной выборке всего 2 наблюдения, то во второй должно быть не менее 30 ($n_1=2 \rightarrow n_2=\geq 30$);

- если в одной из выборок всего 3 наблюдения, то во второй должно быть не менее 7 ($n_1=3 \rightarrow n_2=\geq 7$);

- если в одной из выборок всего 4 наблюдения, то во второй должно быть не менее 5 ($n_1=4 \rightarrow n_2=\geq 5$);

- при n_1, $n_2 \geq 5$ возможны любые сопоставления.

Рассмотрим пример расчета достоверности различий с использованием ***φ***-критерия Фишера углового преобразования. Был проведен сравнительный педагогический, в котором принимали участие юные гимнасты, распределенные на экспериментальную и контрольную группы. Целью педагогического эксперимента являлось выявление эффективности обучения гимнастическому упражнению. Для этого в экспериментальной группе (n_1=30), обучение проводилось по новой (экспериментальной) методике, а в контрольной (n_2=35) – по традиционной (общепринятой). На завершающем этапе эксперимента умение выполнять изучаемое упражнение оценивалось по типу «выполнил», и «не выполнил» (шкала наименований). В итоге получены следующие результаты:

- в экспериментальной группе из 30 человек упражнение *выполнили* 25 испытуемых, процентная доля которых составила 83,3% (25/30х100%);

- в контрольной группе из 35 человек упражнение выполнили 20 испытуемых, процентная доля которых составила 57,1% (20/35х100%).

Несмотря на то, что в процентном отношении гимнасты экспериментальной группы значительно превышают гимнастов контрольной группы, говорить о том, что эти различия достоверны, пока нет оснований.

Поэтому проверим достоверность различий на основе ***φ***-критерия углового преобразования Фишера и выясним эффективность экспериментальной методики обучения гимнастическому упражнению.

Для этой цели воспользуемся алгоритмом расчета, предложенным Е.В.Сидоренко:

1. Определить те значения признака, которые будут критерием для разделения испытуемых на тех, у кого *«есть эффект»* и тех, у кого *«нет эффекта»*. Для нашего примера в качестве испытуемых у кого «есть эффект» отнесем гимнастов, которые выполнили упражнение в конце педагогического эксперимента – это 25 в экспериментальной группе из 30 и 20 человек в контрольной группе из 35. К категории «нет эффекта» отнесем тех гимнастов, которые не выполнили упражнение, соответственно в экспериментальной группе 5 человек из 30 и 15 человек в контрольной группе из 35.

2. Начертить четырехпольную (четырехклеточную) таблицу, состоящую из двух столбцов и двух строк (выделены жирным контуром), в которых размещаются основные результаты эксперимента. Первый столбец- «есть эффект»; второй столбец – «нет эффекта», соответственно в экспериментальной и контрольной группах (выборках).

Группы	«Есть эффект»	«Нет эффекта»	Сумма
Экспер-ная	25 (83,3%)	5 (16,7%)	n_1=30 (100%)
Контр-ная	20 (57,1%)	15 (42,9%)	n_2=35 (100%)

3. Подсчитав количество испытуемых в каждой группе, выполнивших и не выполнивших упражнение внести их в соответствующие ячейки, определив процентные доли испытуемых, у которых «есть эффект», путем отнесения их количества к общему количеству испытуемых отдельно для каждой группы.

4. Проверить, не равняется ли одна из сопоставляемых процентных долей нулю и нет ли других ограничений для использования **φ**-критерия Фишера для расчета достоверности различий. Анализ результатов в приведенной таблице позволяет говорить о том, что ни одно из вышеперечисленных ограничений не мешает использованию данного критерия.

5. Так как для расчета достоверности различий для сопоставления используются только процентные доли по столбцу «Есть эффект», т.е. «Упражнение выполнено», то необходимо определить значения φ для каждой группы отдельно. Здесь можно идти двумя путями:

- первый – определить значения φ по формуле:

$$\varphi = 2 * \arcsin\left(\sqrt{P}\right), \qquad (12)$$

где ***P*** – процентная доля выраженная в долях единицы, например, для экспериментальной группы ***P*** равняется 0,833 (процент выполнивших упражнение делится на 100% (83,3/100=0,833). Арксинус (arcsin) может быть вычислен в Excel;

- второй – используется специальная таблица (приложение 10). По данной таблице определяем величины $\boldsymbol{\varphi}$, соответствующие процентным долям в каждой группе:

$\boldsymbol{\varphi}_{\text{экс}}$ (83,3%)=2,300; $\boldsymbol{\varphi}_{\text{конт}}$ (57,1%)=1,713.

6. Подсчитать эмпирическое значение $\boldsymbol{\varphi}_{\text{эмп}}$ по формуле:

$$\varphi_{\text{эмп}} = (\varphi_{\text{экс}} - \varphi_{\text{конт}}) * \sqrt{\frac{n_1 * n_2}{n_1 + n_2}}, \qquad (13)$$

где $\boldsymbol{\varphi}_{\text{экс}}$ – угол, соответствующий большей % доле;

$\boldsymbol{\varphi}_{\text{конт}}$ – угол, соответствующий меньшей % доле;

n_1 – количество испытуемых в экспериментальной группе (30 человек);

n_2 – количество испытуемых в контрольной группе (35 человек).

Подставив полученные значения в указанную формулу определим $\boldsymbol{\varphi}_{\text{эмп}}$:

$$\varphi_{\text{эмп}} = (2{,}300 - 1{,}713) * \sqrt{\frac{30 * 35}{30 + 35}} = 0{,}587 * \sqrt{16{,}15 =} 2{,}359$$

7. Далее для определения достоверности различий необходимо сравнить значение $\boldsymbol{\varphi}_{\text{эмп}}$ с критическим (табличным) значением $\boldsymbol{\varphi}_{\text{кр.}}$ Если окажется, что $\boldsymbol{\varphi}_{\text{эмп}} > \boldsymbol{\varphi}_{\text{кр}}$, то различия считаются *достоверными* и в этом случае можно говорить о большей эффективности экспериментальной методики. В случае, когда $\boldsymbol{\varphi}_{\text{эмп}} \leq \boldsymbol{\varphi}_{\text{кр}}$, то различия между полученными результатами *недостоверны*.

8. Из таблицы (приложение 11) находим критическое значение $\boldsymbol{\varphi}_{\text{кр}}$ для $\boldsymbol{P}_{0,05}$, которое равно 1,64, а для $\boldsymbol{P}_{0,01}$ равно 2,31.

Сопоставить $\boldsymbol{\varphi}_{\text{эмп}}$ и $\boldsymbol{\varphi}_{\text{кр.}}$ В нашем примере $\boldsymbol{\varphi}_{\text{эмп}}$=2,359> $\boldsymbol{\varphi}_{\text{кр}}$=1,64 при ***P***<0,05, что позволяет сделать вывод о большей эффективности экспериментальной методики обучения гимнастическому упражнению.

4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДОСТОВЕРНОСТИ РАЗЛИЧИЙ МЕЖДУ ЗАВИСИМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ

В случае, когда мы имеем дело с результатами, полученными в начале и в конце или на разных этапах проведения эксперимента в одной и той же группе (например, при проведении абсолютного эксперимента), эти результаты считаются *зависимыми (связанными, сопряженными)*.

В связи с этим рассмотрим ряд критериев для оценки достоверности различий между связанными результатами, полученными по различным шкалам измерений.

4.1. Расчет достоверности различий между двумя зависимыми результатами, полученными по интервальной шкале или шкале отношений на основе *t* – критерия Стьюдента

Как вы уже знаете, для определения достоверности различий для независимых результатов, полученных по шкалам интервальной или отношений используется t –критерий Стьюдента. Однако часто приходится изучать результаты, полученные в одной и той же группе (классе), но в разное время, например, в начале и конце тренировочного занятия, периода, цикла и т.п. Такие результаты принято называть зависимыми (связанными, сопряженными).

При сравнении этих результатов определенный интерес представляет динамика изменения отдельных признаков. Так, если проверить эффективность новой методики развития гибкости, нужно протестировать группу занимающихся до начала использования данной методики, чтобы установить исходный уровень, а затем через определенные периоды (месяц, год и т.д.).

Для решения подобных задач используются специальные критерии расчета достоверности различий с учетом шкал измерений. Если результаты получены по количественным шкалам (интервальной или отношений), то также можно использовать t –критерий Стьюдента. Однако методика его расчета отличается от методики расчета для независимых (несвязанных) результатов и заключается в следующем.

За основу в этом случае берется не гипотеза о равенстве средних значений как при расчете достоверности различий между независимыми результатами, а используется метод сравнения совокупностей с попарно связанными вариантами. Определение рассчитанного значения ($t_р$) производится по формуле:

$t_p = \frac{\bar{d}}{Sd}$, где $\bar{d}$ - среднее значение разностей в сопряженных парах ($y_i - x_i$), Sd – стандартная ошибка разностей. Если рассчитанное значение t – критерия ($t_р$) больше табличного (граничного) $t_{гр}$ ($t_р \geq t_{гр}$) при числе степеней свободы f=n-1, то различия считаются *достоверными* при принятом уровне значимости (как уже говорилось выше для педагогических исследований берется 5%-ный уровень, т.е. $t_{0,05}$). Если же наоборот, т.е. $t_р \leq t_{гр}$, то различия *недостоверны*.

Рассмотрим методику расчета достоверности различий между двумя зависимыми результатами по t –критерию Стьюдента.

Пример. Комплексной программой по физическому воспитанию для учащихся общеобразовательной школы предусмотрена работа по развитию физических качеств и их оценка по определенным тестам. Так, например, гибкость определяется наклоном вперед из положения стоя (см). Поэтому есть необходимость проверки эффективности работы за учебный год. Для этого в начале и в конце учебного года проведено тестирование мальчиков (n=15) 5-го класса и получены следующие результаты:

X (начало учебного года): 3, 4, 8, 7, 6, 10, 9, 7, 2, 6, 5, 8, 7, 9, 11

Y (конец учебного года): 6, 8, 10, 11, 9, 12, 6, 10, 5, 8, 9, 8, 9, 11, 12

Для наглядности последующих расчетов составим таблицу (табл. 6) и внесем в нее данные результатов, полученных конкретными испытуемыми (можно указать Ф.И.О. или номера – первый столбец), в начале учебного года (второй столбец) и в конце (третий столбец).

Дальнейший порядок расчетов следующий (табл. 6):

1. Для каждого испытуемого получить разности (y_i - x_i) и внести их в четвертый столбец (d_i). Так, для первого испытуемого эта разность будет равна 4 (6-2 = 4), т.е. вычитаем из результата второго измерения (в конце года) результат первого измерения (в начале года). При этом в отдельных случаях значения разностей могут иметь и отрицательный знак, когда например результаты ухудшаются.

2. Подсчитать сумму разностей в четвертом столбце $\sum d_i$ (4+4+4+…..+3 = 53).

3. Определить среднюю разность: $\bar{d} = \frac{\sum d_i}{n}$, т.е. сумму разностей ($\sum d_i$) разделить на число испытуемых (n). В нашем примере 53:15=3,5.

Таблица 6

Таблица расчетов для определения $t_{гр}$

Учащиеся	x_i	y_i	$(y_i - x_i) = d_i$	d_i^2
1	3	6	3	9
2	4	8	4	16
3	8	10	2	4
4	7	11	4	16
5	6	9	3	9
6	10	12	2	4
7	9	6	-3	9
8	7	10	3	9
9	2	5	3	9
10	6	8	2	4
11	5	9	4	16
12	8	8	0	0
13	7	9	2	4
14	9	11	2	4
15	11	12	1	1
			$\sum d_i = 53$	$\sum d_i^2 = 114$
			$\bar{d} = 2,1$	

4. Получить квадраты разностей d_i^2 и внести в пятый столбец, например, для первого испытуемого это будет равно 9 ($3^2 = 9$) и т. д.
5. Подсчитать сумму квадратов разностей $\sum d_i^2$ (114).
6. Рассчитать стандартное отклонение разностей (Sd) по следующей формуле:

$$Sd = \sqrt{\frac{1}{n-1}\left(\frac{\sum d_i^2}{n} - \bar{d}^2\right)} = \sqrt{\frac{1}{15-1}\left(\frac{114}{15} - 2,1^2\right)} = \sqrt{\frac{1}{14}(7,6 - 4.41)} = \sqrt{0,07 * 3,19} = \sqrt{0,22} = 0,47$$

7. Определить $t_р$ по формуле: $t_p = \frac{\bar{d}}{Sd} = \frac{2{,}1}{0{,}47} = 4{,}46$.

8. По таблице (приложение 3) при числе степеней свободы f=n-1 (15-1=14) найти граничное значение ($t_{гр}$), которое равно 2,15.

9. Сравнить рассчитанное значение ($t_р$) с табличным ($t_{гр}$). Для нашего примера $t_р$=4,88, а $t_{гр}$=2,15, т.е. ($t_р \geq t_{гр}$). Стало быть, различия между полученными результатами статистически достоверны (t=4,88 при P <0,05).

Из этого следует, что в результате проведения работы в течение учебного года произошел значительный прирост в показателях развития гибкости у учащихся данного класса. Однако здесь также необходимо проверить нормальность распределения, но уже разностей.

4.2. Расчет достоверности различий между двумя зависимыми результатами, полученными по шкале порядка на основе *Z*-критерия знаков

Z-критерий знаков основан на различиях знаков, полученных при вычитании результатов начальных измерений из конечных для каждого испытуемого. Если результат улучшается, то ставится знак «+», при ухудшении – знак «- », когда результаты не изменяются «0».

Считается, что попарно сравниваемые значения двух измерений существенно не отличаются друг от друга, если число плюсовых и минусовых разностей окажется одинаковым. В случае преобладания плюсов или минусов можно говорить о положительном или отрицательном действии изучаемого признака (например, улучшилась или ухудшилась успеваемость учащихся). При расчете нулевые разности, т.е. случаи, не давшие ни положительного, ни отрицательного результата, обозначенные знаком «0» не учитываются и число парных результатов уменьшается на их количество. *Большее* число однозначных разностей служит в качестве фактически найденной величины *Z*-критерия знаков ($Z_ф$).

Различия между полученными результатами считаются *достоверными* при 5%-ном уровне значимости, если $Z_ф$ (рассчитанное) значение больше или равно $Z_{гр}$ (табличное значение), т.е. $Z_ф \geq Z_{гр}$ для связанных результатов n, взятых без нулевых разностей. И наоборот, различия считаются *недостоверными* в случае, когда $Z_ф < Z_{гр}$.

Пример. Изучалось влияние специальных упражнений направленных на развитие гибкости у 15 мальчиков третьего класса в течение учебного года. Для оценки развития гибкости использовалось контрольное упражнение (тест) “Наклон вперед из положения седа ноги врозь на полу” с выставлением следующих оценок:

“5” – касание пола подбородком (при выполнении упражнения ноги должны быть прямыми в коленных суставах);

“4” – касание пола лбом;

“3” – касание лбом кулака, поставленного на пол.

Необходимо выяснить, оказали ли положительное влияние эти упражнения на развитие гибкости у этих мальчиков. Результаты измерений представлены в табл. 7.

Таблица 7

Результаты измерений гибкости

Учащиеся	Оценки		Эффект воздействия
	Начало года	Конец года	
1	3	4	+
2	3	5	+
3	4	5	+
4	4	4	0
5	3	4	+
6	5	4	-
7	3	3	0
8	4	4	0
9	4	5	+
10	3	5	+
11	3	4	+
12	3	4	+
13	4	4	0
14	5	4	-
15	4	5	+

Из таблицы видно, что у большинства учащихся отмечается улучшение результатов (знаков «+» – 9), но есть и такие учащиеся, у которых изменений не обнаружено (знаков «0» – 4), а у двоих учащихся получен отрицательный результат (знаков «-» - 2). Таким образом, большее число одинаковых результатов оказалось со знаком «+» - 9 учащихся. По положению это число и является значением $Z_{ф.}$

Из 15 учащихся четыре оказались нулевыми, значит n= 15-4=11. Из таблицы (приложение 12) находим значение $Z_{гр}$ для n= 11 при 5%-ном уровне значимости, оно равно 10. Следовательно, $Z_ф$=9 < $Z_{гр}$ =10 . Поэтому можно утверждать, что различия между полученными результатами статистически *недостоверны* (Z=9 при P> 0,05) и предложенная методика не оказала существенного влияния на развитие гибкости.

4.3. Расчет достоверности различий между двумя зависимыми результатами, полученными по шкале порядка с использованием *T*-критерия Вилкоксона (Уилкоксона)

T –критерий Вилкоксона является более мощным, чем Z-критерий знаков, так как в этом случае учитывается не только знак, но и величина разностей между связанными результатами. Для этого после нахождения разностей (d_i) между конечными и начальными результатами (y_i - x_i) необходимо произвести их ранжирование. При этом самая малая по абсолютной величине разность (без учета знака) получает первый ранг, следующая второй и т.д. Нулевые разности также отбрасываются, и число парных наблюдений (n) соответственно уменьшается на количество нулевых разностей.

Когда попадаются одинаковые по абсолютной величине разности, то каждой из них приписывается ранг, равный среднему арифметическому от их порядковых номеров, аналогично расчету по T – критерию Уайта. После этого находят отдельно суммы положительных и отрицательных рангов. *Меньшую* из двух сумм разностей, без учета ее знака используют в качестве фактически ($T_ф$) установленной величины T-критерия Вилкоксона. Для определения достоверности различий между полученными результатами величину $T_ф$ сравнивают с граничным (табличным) значением $T_{гр}$ при 5%-ном уровне значимости и числа связанных результатов n, которое берут без нулевых разностей.

Если значение $T_ф < T_{гр}$, то различия между полученными результатами считаются *достоверными* и наоборот в случае когда $T_ф \geq T_{гр}$ различия между полученными результатами *недостоверны.*

Пример. Изучали техническую подготовку юных гимнастов в течение подготовительного периода. Для оценки качества выполнения комбинаций использовали 10-балльную систему, принятую в гимнастике. Необходимо выявить достоверность различий в приросте уровня технической подготовленности.

Результаты гимнастов, полученных в начале и в конце подготовительного периода и полученные разности приведены в таблице 8.

Таблица 8

Результаты оценок юных гимнастов в начале и в конце подготовительного периода

Гимнасты	Оценки в баллах		Разности
	В начале (x_i)	В конце (y_i)	$(y_i - x_i) = d_i$
1	6,2	7,5	+1,3
2	5,4	6,0	+0,6
3	7,2	7,4	+0,2
4	8,0	7,8	-0,2
5	7,5	8,0	+0,5
6	7,2	7,2	0
7	6,8	7,8	+1,0
8	6,5	7,0	+0,5
9	7,8	7,0	-0,8
10	7,6	7,2	-0,4
11	7,9	7,6	-0,3
12	8,0	7,8	-0,2
13	8,2	8,2	0
14	7,4	8,4	+1,0
15	7,8	8,8	+1,0

Произведем ранжирование (упорядочивание) полученных разностей (d_i) и запишем эти данные в следующей таблице (табл. 9) без учета разностей со знаком “0”. Так как нулевых разностей два, то для ранжирования результатов останутся только 13 разностей (15-2=13), т.е. n= 13.

Таблица 9

Результаты ранжирования полученных разностей (d_i)

Порядок	d_i со знаком “-“	d_i со знаком “+“	Ранги (R)	R со знаком “-“	R со знаком “+“
1	- 0,2		2	- 2	
2	- 0,2		2	- 2	
3		+ 0,2	2		+ 2
4	- 0,3		4	- 4	
5	- 0,4		5	- 5	
6		+ 0,5	6,5		+ 6,5
7		+ 0,5	6,5		+ 6,5
8		+ 0,6	8		+ 8
9	- 0,8		9	- 9	
10		+1,0	11		+ 11
11		+1,0	11		+ 11
12		+1,0	11		+ 11
13		+1,3	13		+ 13

$\sum R_{-} = 22 \quad \sum R_{+} = 69$

Если имеются одинаковые абсолютные значения разностей (d_i) , то не имеет значения, какую разность записать раньше. Например, в нашем примере три абсолютных значения 0,2, которые записаны в следующем порядке 1, 2, 3.

После этого определяем ранги (R) для полученных разностей и записываем в 4-й столбец таблицы 9. При этом для абсолютных значений разностей без учета знаков находим среднеарифметический ранг путем сложения порядковых номеров (первый столбец) напротив которых эти разности записаны на общее количество одинаковых разностей. Так, в нашем примере для значений 0,2 находим общий ранг путем сложения порядковых номеров (1+2+3= 6) и делим полученное значение на три, так как одинаковых разностей 0,2 всего три. В итоге получаем общий для этих разностей ранг, который равняется 2 (6:3= 2). Подобным образом нужно поступить и в других случаях.

Для дальнейших расчетов необходимо выделить ранги для положительных и отрицательных разностей и записать в 5-й и 6-й столбцы приведенной таблицы.

Теперь можно подсчитать суммы рангов для этих разностей $\sum R_{-}$ и $\sum R_{+}$, получим соответственно 22 и 69. Как видно из полученных результатов *меньшая* сумма рангов равна 22, т. е. $T_{ф}$=22. Сейчас необходимо по специальной таблице (приложение 13) найти граничное значение $T_{гр}$ для n=13. По таблице для 13 парных наблюдений $T_{гр}$ = 21. Сравниваем значения $T_{ф}$ и $T_{гр.}$ Так как $T_{ф}=22> T_{гр} = 21$ можно утверждать, что различия между полученными результатами статистически *недостоверны* (T=22 при P>0,05) и нет оснований говорить о достаточной эффективности технической подготовки юных гимнастов в подготовительном периоде тренировочного процесса.

4.4. Расчет достоверности различий между двумя зависимыми результатами, полученными на основе измерений по шкале наименований с использованием критерия Мак-Немара

В педагогических исследованиях часто возникает проблема сравнения зависимых результатов, когда они получены на основе измерений по шкале наименований по типу: «нравится – не нравится», «хочу – не хочу», «усвоил – не усвоил», «верно – неверно», «выполнил – не выполнил», «больше – меньше», «согласен – не согласен» и т.п. Одним из критериев для изучения достоверности различий между такими результатами является *критерий Мак-Немара*.

Методика расчета достоверности различий между полученными результатами по данному критерию основана на построении четырехпольной таблицы, которая называется «таблица 2х2». Такие таблицы имеют только две категории, например «верно – неверно». Для объяснения методики расчета обозначим одну из категорий знаком «0», другую – «1». Будем считать, что переменная (X) характеризует состояние некоторого свойства у испытуемых при первичном измерении (x_i), а (Y) состояние этого же свойства у тех же испытуемых при вторичном измерении (y_i).

Полученные результаты в таких измерениях могут иметь четыре вида: (0, 0) – например, результаты испытуемого и в первом и во втором измерениях оценены «верно»; (0, 1) – в первом измерении «верно», во втором – «неверно»; (1, 0) – в первом измерении «неверно», во втором – «верно»; (1, 1) – и в первом и во втором измерении – «неверно».

Полученные данные суммируются в четырехпольную таблицу.

	Вторичные измерения y_i		
Первичные измерения x_i	$y_i = 0$	$y_i = 1$	
$x_i = 0$	a (число испытуемых, у которых $x_i = 0$; $y_i = 0$)	b (число испытуемых, у которых $x_i = 0$; $y_i = 1$)	a + b
$x_i = 1$	c (число испытуемых, у которых $x_i = 1$; $y_i = 0$)	d (число испытуемых, у которых $x_i = 1$; $y_i = 1$)	c + d
	a + c	b + d	*N*

Требуется проверить насколько отличаются результаты первичных измерений от вторичных. Для проверки статистических гипотез с помощью критерия *Мак-Немара* подсчитывается значение величины, называемой статистикой критерия (T). Допустим, что N пар (x_i, y_i) распределены следующим образом: число пар вида ($x_i = 0$, $y_i = 1$) равно “b”; число пар вида ($x_i = 1$, $y_i = 0$) равно “c”. В этом случае если b+c>20 в качестве статистики (T) выбирается величина $T_1 = \frac{(b-c)^2}{b+c}$.

Если b+c≤20, то используется величина T_2, равная *наименьшему* из значений b и c, т.е. $T_2 = \min(b, c)$. При этом значения статистики T_1 и T_2 не зависят от значений a и d – числа зависимых результатов вида ($x_i = 0$, $y_i = 0$) и ($x_i = 1$, $y_i = 1$), так как эти результаты остались без изменений в процессе проведения первичного и вторичного измерений.

Рассмотрим два случая принятия решения о достоверности различий при использовании критерия *Мак-Немара*.

Случай первый – когда $n=b+c\le 20$. Как было сказано выше при таком варианте используется формула $T_2 = \min(b, c)$. По таблице (приложение 14) для соответствующего значения n и величине статистики T_2 находим $P(T_2 \leq T_2$ наблюдаемое), т.е. вероятность появления статистики меньшего или равного наблюдаемому (рассчитанному) значению T_2 при данном значении n.

Если эта вероятность меньше половины заданного уровня значимости 0,05, т.е. 0,05:2, то различия между полученными результатами считаются *достоверными* на уровне значимости 0,05. При этом в случае, когда $b>c$, то достоверность различий связана с ухудшением результатов.

Случай второй – когда $n=b+c>20$. Как говорилось выше, в данном случае используется величина T_1. Но когда $n>20$ распределение статистики T_1 приближается к распределению хи-квадрат (X^2) с одной степенью свободы (y=1). Различия между полученными результатами на принятом уровне значимости считаются *достоверными*, если наблюдаемое (рассчитанное) значение T_1 превосходит критическое (табличное) значение статистики критерия, которое определяется по таблице распределения X^2 для одной степени свободы (приложение 9). Из таблицы видно, что T_1 критич. для одной степени свободы и уровня значимости 0,05 равно 3,8 и наоборот, если рассчитанное значение статистики T_1 рассч. меньше критического, то различия между данными результатами *недостоверны*.

Рассмотрим эти положения на конкретных примерах.

Пример 1. Проводилась работа по оценке качества занятий физической культурой у студентов 1 курса университета, которым были предложены занятия аэробикой. Для оценки качества занятий использовались заблаговременно разработанные анкеты. Одним из вопросов анкеты был следующий: "Какое Ваше мнение о занятиях физической культурой?". В качестве вариантов ответов были предложены: 1) нравятся; 2) не нравятся. Анкетирование проводилось до включения в занятия физической культурой аэробики и после определенного времени, когда студенты уже позанимались аэробикой.

В эксперименте принимали участие 20 девушек биологического факультета. Результаты двукратного анкетирования запишем в четырехпольную таблицу.

В условиях данного эксперимента значение a равно числу студентов, которые оба раза дали ответ "нравятся"; значение b – числу студентов, которые в первый раз дали ответ "нравятся", во второй раз – "не нравятся"; значение c – числу студентов, которые в первый раз дали ответ «не нравятся», во второй раз – «нравятся»; значение d – числу студентов, которые оба раза дали ответ «не нравятся».

В данном случае проверяются гипотезы: 1) введение занятий аэробикой не оказали положительного отношения студентов к занятиям физической культурой; 2) введение занятий аэробикой улучшили их отношение к занятиям физической культурой, т.к. $b< c$.

Из приведенной таблицы видно, что $n= b+c = 2+14=16$, т.е. $n\leq20$, поэтому для расчета достоверности различий между полученными результатами будем использовать величину (T_2).

Первое анкетирование	Второе анкетирование: Нравятся	Второе анкетирование: Не нравятся	
Нравятся	a = 3	b = 2	5
Не нравятся	c = 14	d =1	15
	17	3	20

Из этой формулы находим минимальное значение, которое соответствует значению категории b. Таким образом, T_2=2. По таблице (приложение 14) вероятность появления значения $T_2\leq2$ при n = 16 равна 0,002. Если примем уровень значимости проверки гипотез для педагогических исследований 0,05, то 0,05:2= 0,025 и верно неравенство 0,002<0,025. Следовательно, различия между полученными результатами статистически *достоверны*. И, стало быть, можно утверждать о том, что введение занятий аэробикой улучшили отношение студентов к занятиям физической культурой и косвенно можно говорить о хорошем качестве занятий физической культурой.

Пример 2. В большинстве педагогических исследований приходится оценивать выполнение занимающимися определенных заданий категориями “верно и неверно”. Результаты таких оценок обычно подсчитываются числом или процентом верных ответов при двух проверках (начальной и конечной).

Так например группа занимающихся, состоящая из 120 человек выполняла контрольную работу по определенной теме. После этого занимающимся была предложена специальная методика отработки умений, позволяющая более эффективно решать задачи, предусмотренные контрольной работой. Затем проведена повторная контрольная работа, направленная на оценку эффективности примененной методики работы.

Для расчета достоверности различий между результатами первой и второй контрольной работы составим четырехпольную таблицу.

	Вторая контрольная работа: Верно	Вторая контрольная работа: Неверно	
Первая контрольная работа: Верно	a = 20	b = 30	50
Первая контрольная работа: Неверно	c = 60	d =10	70
	80	40	120

В данном случае значение *a* равно числу занимающихся, выполнивших обе контрольные работы «верно»; значение *b* – числу занимающихся, выполнивших первую контрольную работу «верно», вторую – «неверно»; значение *c* равно числу занимающихся, которые первую контрольную работу выполнили «неверно», вторую – «верно» и значение *d* равно числу занимающихся, которые обе контрольные работы выполнили «неверно».

Так как в этом случае $n=b+c=$ 30+60=90, т.е. $n > 20$ для расчета достоверности различий используется значение T_1.

$$T_1 = \frac{(b-c)^2}{b+c} = \frac{(30-60)^2}{30+60} = \frac{900}{90} = 10$$

Полученное значение статистики при 5%-ном уровне значимости сравним с критическим, которое как было написано выше равно значению для одной степени свободы X^2 распределения, т.е. 3,84. В нашем примере T_1 рассч. =10> T_1 набл.=3,84, что позволяет говорить о достоверности различий между результатами первой и второй контрольных работ (T=10 при P<0,05).

Следовательно, введение специальной программы отработки соответствующих умений оказало положительное влияние на решение конкретных задач.

Мы здесь рассмотрели наиболее распространенные методы расчета достоверности различий *независимых и зависимых* результатов исследований, выбор которых зависит от шкалы измерений. Для удобства выбора критериев при независимых и зависимых (сопряженных, связанных) результатах можно воспользоваться таблицей, в которой обобщенно представлен алгоритм подбора критериев расчета достоверности различий в зависимости от шкалы и характера измерений (приложение 15).

5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МЕРЫ СВЯЗИ МЕЖДУ ЯВЛЕНИЯМИ

Исследователей часто интересует вопрос о том, как связаны между собой различные факторы, влияющие на результаты учебно-воспитательного и тренировочного процесса. Например, имеют ли спортсмены, начавшие заниматься каким-либо видом спорта в более раннем возрасте, тенденцию к достижению более высоких результатов? Или как влияет гибкость гимнаста на качество выступлений на соревнованиях и т.п. Такого рода связи и зависимости называются корреляционными или просто *корреляцией*. Изучение этих связей с помощью математических методов осуществляется на основе корреляционного анализа, основными задачами которого является измерение тесноты, а также определение формы и направления существующей между *парой* признаков зависимостей. По направлению корреляция бывает *положительной* (прямой) или *отрицательной* (обратной), а по форме *линейной* и *нелинейной*. При положительной корреляции с возрастанием признаков одного фактора они увеличиваются и у другого. Например, с увеличением силовых показателей у штангистов улучшаются их результаты на соревнованиях. При отрицательной корреляции, наоборот - при увеличении признаков одного фактора признаки другого уменьшаются. Например, увеличение веса у гимнасток может вызвать ухудшение спортивных результатов. Корреляция называется *линейной*, когда направление связи между изучаемыми признаками графически и аналитически выражается прямой линией. Если же корреляционная зависимость имеет иное направление, она называется *нелинейной*. Анализ линейной корреляции осуществляется с помощью вычисления *коэффициентов корреляций* (r). Для измерения криволинейной, т.е. нелинейной зависимости, используется показатель, называемый *корреляционным отношением*. В большинстве случаев изучается только *линейная* корреляция, с анализом которой в педагогических исследованиях приходится сталкиваться наиболее часто. При наличии положительной связи между изучаемыми признаками величина коэффициента корреляции имеет положительный знак (+), а при отрицательной знак (-). Величина этого коэффициента может колебаться от -1 до +1. Если коэффициент корреляции меньше 0,3, то считается, что связь *слабая*, при коэффициенте от 0,31 до 0,69 - *средняя* связь и при значениях коэффициента от 0,70 до 1,0 - *сильная*. Значение коэффициента корреляции выражается десятичными дробями с точностью до второго знака после запятой. Для изучения меры связи при линейной корреляции в зависимости от того, по какой шкале произведены измерения, вычисляется тот или иной вид коэффициента.

5.1. Определение коэффициента корреляции при оценке качественных признаков на основе измерений по шкале наименований

Когда признаки, свойства, параметры и т.п. не поддаются количественному измерению и не распределяются в вариационный ряд, т. е. тогда, когда мы пользуемся шкалой наименований, корреляция между ними устанавливается по наличию этих признаков. В случае, когда анализируется связь только между двумя качественными признаками, прибегают к вычислению коэффициента ассоциации ($r_а$). При этом данные о наличии или отсутствии каждого признака группируются в четырехпольную корреляционную таблицу:

	есть	нет	
1 признак	a	b	$a + b = n_1$
2 признак	c	d	$c + d = n_2$
	$a + c$	$b + d$	$N = n_1 + n_2$

Коэффициент ассоциации вычисляется по следующей формуле:

$$r_a = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b)\cdot(c+d)\cdot(a+c)\cdot(b+d)}}, \qquad (15)$$

где *a, b, c, d* - численности альтернативных признаков, расположенные в клетках корреляционной таблицы. Одним из условий правильного применения коэффициента ассоциации является требование, чтобы ни одна из частот четырехпольной таблицы не была меньше 5. Для того, чтобы легче было понять методику расчета коэффициента ассоциации, обратимся снова к примеру.

Допустим, вы хотите изучить связь между чрезмерно строгой дисциплиной в семье и проявлением упрямства и непослушания у занимающихся в отделении ДЮСШ. Результаты наблюдений внесем в четырехпольную корреляционную таблицу:

	есть	нет	
1. Упрямство	$a = 7$	$b = 8$	$a + b = 15$
2. Строгая дисциплина	$c = 5$	$d = 10$	$c + \text{b} = 15$
	$a + c = 12$	$b + d = 18$	$N = 30$

Подставим эти значения в формулу и рассчитаем коэффициент ассоциации;

$$r_a = \frac{7 \cdot 10 - 8 \cdot 5}{\sqrt{(7+8)\cdot(5+10)\cdot(7+5)\cdot(8+10)}} = \frac{30}{\sqrt{48600}} = \frac{30}{220{,}45} = 0{,}136$$

Значение полученного коэффициента показывает, что между строгой дисциплиной в семье и проявлением у занимающихся упрямства и непослушания обнаруживается слабая положительная связь.

Однако прежде чем делать окончательные выводы, необходимо проверить достоверность этого коэффициента, не является ли эта величина случайной. Значимость коэффициента ассоциации ($r_{\text{а}}$) оценивают по величине критерия Пирсона $X^2_{\text{ф}}$. Полученный коэффициент ассоциации считается значимой (*достоверной*), если $X^2_{\text{ф}}=Nr^2_{\text{а}} \geq X^2_{\text{гр}}$ для принятого уровня значимости и числа степеней свободы k=(2-1)=1 и наоборот, когда $X^2_{\text{ф}}=Nr^2_{\text{а}}<X^2_{\text{гр}}$ значение коэффициента ассоциации считается *недостоверной.*

Предварительно найдем значение $X^2_{\text{ф}}$, которое равно $Nr^2_{\text{а}}$,т.е. произведению числа испытуемых (в нашем примере 30) на значение $r^2_{\text{а}}$, которое равно $0{,}136^2$. Таким образом $X^2_{\text{ф}}$ равно ($30 \text{ x } 0{,}136^2$) = 30 x 0,018=0,55. Теперь по таблице (приложение 9) найдем граничное значение $X^2_{\text{гр}}$, которое для k = 1 при 5%-ном уровне значимости равно 3,84. Так как $X^2_{\text{ф}}=0{,}55<X^2_{\text{гр}}=3{,}84$ обнаруженная положительная связь между чрезмерно строгой дисциплиной в семье и проявлениями упрямства и непослушания у детей считается недостоверной (r_a=0,136 при P>0,05). Очевидно, при увеличении числа наблюдений наличие такой связи может оказаться достоверным.

5.2. Определение коэффициента ранговой корреляции для результатов, полученных по шкале порядка

Наиболее известным показателем связи для таких измерений является ранговый коэффициент корреляции Спирмена, определяемый по следующей формуле:

$$r_p = 1 - \frac{6 \cdot \sum d^2}{n \cdot (n^2 - 1)}, \qquad (16)$$

где $\sum$ - знак суммирования; d - разность между рангами рассматриваемых признаков; n - общее число наблюдений (парных). Чтобы выяснить, существует ли связь между двумя признаками (свойствами), нужно ранжировать их значения и посмотреть, как они располагаются по отношению друг к другу. Если возрастающим значениям одного признака соответствуют однохарактерные значения другого признака, то между ними налицо *положительная связь*. В случае, когда при возрастании одного признака значения другого последовательно убывают, то это свидетельствует о наличии *отрицательной связи* между ними. При ранговой корреляции сравнивают не сами значения измерений или числа измерений, а только порядок (ранги), поэтому вычисление рангового коэффициента возможно только тогда, когда результаты измерений получены на основе шкалы *не ниже порядковой.* Например, баллы или другие условные единицы измерения. Ранговый коэффициент *не рекомендуется* применять, если связанных пар меньше 5 и больше 20. Технику вычисления рангового коэффициента легко усвоить на конкретном примере. Допустим, что мы из двух рядов измерений получим следующие значения:

Испытуемые:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Признак А	200	158	170	108	198	128	194	162	148	138
Признак В	180	90	97	62	104	95	120	110	87	110

Для того чтобы вычислить ранговый коэффициент по приведенной выше формуле, вначале необходимо произвести предварительные расчеты (табл. 10).

Таблица 10

Определение коэффициента ранговой корреляции

Испытуемые	Ряды измерений		Ранговые числа		Разность	
	A	B	A_i	B_i	$d=A_i-B_i$	d^2
А	200	180	1	1	0	0
Б	198	104	2	5	-3	9
Ж	194	120	3	2	1	1
В	170	97	4	6	-2	4
З	162	110	5	3,5	1,5	2,25
Д	158	90	6	8	-2	4
И	148	87	7	9	-2	4
К	138	110	8	3,5	4,5	20,25
Е	128	95	9	7	2	4
Г	108	62	10	10	0	0

$n = 10$ $\sum d^2_i = 48{,}50$

Порядок вычисления необходимых данных производится следующим образом:

1. Произвести ранжирование показателей признака "А" в убывающем (возрастающем) порядке и расставить испытуемых в порядке убывания (возрастания) признака"А" - 1, 2 колонки таблицы.
2. Рядом со значениями признака "А" для каждого испытуемого проставить значения показателей признака "В" - 3 колонка таблицы.
3. По каждому признаку проставить ранговые числа. При этом, когда попадаются одинаковые значения, например 110 и 110 по признаку "Б", то в этом случае общим для обоих значений будет среднеарифметический ранг - 3,5 - 4 и 5 колонка таблицы.
4. Вычислить разность рангов ($d=A_i-B_i$) с сохранением соответствующего знака - 6 колонка.
5. Возвести разность рангов в квадрат (d^2) - 7 колонка.
6. Вычислить сумму квадратов разности рангов ($\sum d^2 i$).
7. Полученные таким образом значения подставить в известную формулу и вычислить коэффициент ранговой корреляции:

$$r_p = 1 - \frac{6 \cdot \sum d^2}{n \cdot (n^2 - 1)} = 1 - \frac{6 \cdot 48{,}5}{10(10^2 - 1)} = 1 - \frac{291}{990} = 1 - 0{,}293 = 0{,}707$$

.

Вычисленное значение коэффициента ранговой корреляции в данном случае свидетельствует о наличии между признаками "А" и "В" <u>сильной положительной</u> связи. Однако необходимо проверить, насколько достоверно значение рассчитанного нами коэффициента ранговой корреляции. Для чего сравним его с критическим значением. Если вычисленный коэффициент ранговой корреляции превышает или равно значению критического ($r_р$ фак $\geq$ $r_р$ крит), то наличие связи считается *достоверным*, и наоборот. По таблице (приложение 16), в которой приведены критические значения $r_р$ для различных чисел парных наблюдений (n) и двух уровней значимости (P=0,05 и P=0,01), находим критическое значение для n=10. Оно равно 0,64 при уровне значимости 0,05 и 0,79 при уровне значимости 0,01. Стало быть, вычисленный нами коэффициент превышает критическое значение при уровне значимости 0,05 (0,707>0,64). Следовательно, проявление связи между признаками "А" и "В" можно считать достоверным ($r_р$ =0,707 при P<0,05).

5.3. Определение коэффициента корреляции при количественных измерениях

Когда результаты получены на основе шкалы *интервалов или отношений*, корреляционный анализ целесообразнее проводить с помощью вычисления коэффициента корреляции (r), рассчитанного для количественных измерений по следующей формуле:

$$r = \frac{\sum \cdot (Xi - \overline{X}) \cdot (Уi - \overline{У})}{\sqrt{\sum (Xi - \overline{X})^2 \cdot \sum (Уi - \overline{У})^2}}, \qquad (17)$$

где Xi – отдельные значения первого признака;

$\overline{X}$ – средняя арифметическая величина первого признака;

$Уi$ – отдельные значения второго признака;

$\overline{У}$ – средняя арифметическая величина второго признака.

Рассмотрим методику вычисления коэффициента корреляции (r) на примере изучения связи между ростом (1 признак) и максимальным потреблением кислорода (VO_2 макс) у лыжников - 2 признак (табл. 11).

Таблица 11

Определение коэффициента корреляции

№п/п	Рост Xi	VO_2 максУi	Xi-$\bar{X}$	Уi-$\bar{У}$	(Xi-$\bar{X}$)^2	(Уi-$\bar{У}$)^2	(Xi-$\bar{X}$)(Уi-$\bar{У}$)
1	177	5,88	0	0,40	0	0,160	0
2	174	5,49	-3	0,01	9	0,0001	-0,03
3	176	5,38	-1	-0,10	1	0,01	0,10
4	175	5,30	-2	-0,18	4	0,0324	0,36
5	183	5,34	+6	-0,14	36	0,0196	-0,84
	$\bar{X}$ =177	$\bar{У}$ =5,48			∑=50	∑=0,2221	∑= -0,41

В данном случае последовательность вычислений следующая:

1. Определить средние арифметические значения для 1 и 2 признака.

2. Вычислить значения Xi-$\bar{X}$ и Уi - $\bar{У}$, т. е. разности между отдельными показателями и среднеарифметическими значениями каждого признака -3 и 4 колонки таблицы.

3. Возвести полученные значения разности в квадрат: (Xi-$\bar{X}$)^2 и (Уi-$\bar{У}$)^2 - колонки 5 и 6.

4. Определить суммы квадратов разностей – $\sum$ (Xi-$\bar{X}$)^2 и $\sum$ (Уi-$\bar{У}$)^2.

5. Определить произведение разностей – (Xi-$\bar{X}$) $\cdot$ (Уi-$\bar{У}$).

6. Определить сумму произведений разностей – $\sum$ (Xi-$\bar{X}$) $\cdot$ (Уi-$\bar{У}$).

7. Подставить полученные значения в формулу и вычислить коэффициент корреляции:

$$r = \frac{\sum (Xi - \overline{X}) \cdot (Yi - \overline{Y})}{\sqrt{\sum (Xi - \overline{X})^2 \cdot \sum (Yi - \overline{Y})^2}} = \frac{-0{,}41}{\sqrt{50 \cdot 0{,}2221}} = \frac{-0{,}41}{\sqrt{11{,}11}} = \frac{-0{,}41}{3{,}33} \approx -0{,}12 \cdot$$

Вычисленный коэффициент корреляции показывает, что между ростом лыжника и его максимальным потреблением кислорода существует очень *слабая отрицательная* связь. Теперь определим достоверность полученного значения коэффициента. Установлено, что если парных факторов (признаков) меньше 100, то оценку достоверности целесообразно проводить по таблице критических значений коэффициента корреляции (приложение 13). Если полученное значение коэффициента корреляции превосходит табличное значение при заданном уровне значимости (r>$r_{крит}$), то наличие отрицательной связи между ростом лыжников и максимальным потреблением кислорода можно считать достоверным, и наоборот. По таблице (приложение 17) находим критическое значение при n=5. Это значение равно 0,878, следовательно, мы имеем неравенство r<$r_{крит}$ (-0,12<0,878), поэтому проявление отрицательной слабой связи является недостоверным (r = -0,12 при P>0,05).

В случае, когда парных факторов больше 100, оценку достоверности коэффициента необходимо рассчитывать по формуле средней ошибки коэффициента корреляции (m_r):

$$m_r = \pm \frac{1 - r^2}{\sqrt{n}}. \qquad (18)$$

Принято считать, что достоверным коэффициент корреляции может быть признан только тогда, когда он превышает свою ошибку в 3 и более раза.

Когда требуется выяснить, насколько изменится один признак при изменении другого, например, насколько изменится длина прыжка в длину в зависимости от увеличения взрывной силы мышц ног, используется *регрессионный анализ.*

5.4. Корреляционные отношения

Как уже говорилось в начале данной главы для измерения криволинейной, т.е. нелинейной зависимости между изучаемыми признаками, используется показатель, называемый *корреляционным* *отношением*. Основным признаком нелинейной зависимости является то, что в наблюдаемых признаках встречаются одинаковые величины. Корреляционное отношение используется только тогда, когда измерения выполнены по шкале *интервалов* или *отношений*. Если коэффициент корреляции характеризует связь между признаками с точки зрения прямой пропорциональности, то корреляционное отношение, обозначаемое греческой буквой η (эта), описывает ее двусторонне, т.е. первый признак (X) по второму (Y) и второй признак (Y) по первому (X). Поэтому два коэффициента этого показателя. Каждая пара признаков оценивается двумя отношениями – η_{xy} и η_{yx}. В отличие от коэффициента корреляции корреляционное отношение всегда является положительной величиной и может принимать значения от *0* до *1*.

Если коэффициент корреляции мера равнозначная для обоих корреляционно связанных признаков (X) и (Y), то коэффициенты корреляционного отношения обычно не равны друг другу, т.е. $\eta_{xy} \neq \eta_{yx}$. Например, при определении влияния друг на друга признаков x и y установлено, что $\eta_{xy} = 0{,}8$; $\eta_{yx} = 0{,}6$. Это свидетельствует о том, что признак x зависит от признака y больше (0,8), чем признак y от признака x, где значение равно 0,6. Равенство между этими показателями осуществимо только при строго линейной зависимости между признаками.

Корреляционные отношения определяются по следующим формулам:

$$\eta_{xy} = \sqrt{\frac{\sum_1^n \left(x' - \bar{x} \right)^2}{\sum_1^n \left(x_i - \bar{x} \right)^2}} . \quad (19). \qquad \eta_{yx} = \sqrt{\frac{\sum_1^n \left(y' - \bar{y} \right)^2}{\sum_1^n \left(y_i - \bar{y} \right)^2}} . \quad (20),$$

где η_{xy} – корреляционное отношение, отражающее зависимости x от y;
η_{yx} – корреляционное отношение, отражающее зависимости y от x;
x_i, y_i – наблюдаемые значения признака x и y; x', y' – частные средние признаков; $\bar{x}$ и $\bar{y}$ – средние арифметические признаков; n – объем совокупности исследуемых групп.

Пример. Необходимо выяснить зависимость между количеством выполненных контрольных заданий *X* от времени, затраченного на их выполнение *Y* на основе следующих результатов:

X – 21, 19, 17, 8, 13, 17, 17, 20, 21, 20, 21, 8, 19, 19, 18, 19

Y – 19, 16 20, 12, 11, 20, 25, 19, 18, 18, 25, 10, 12, 14, 13, 14

Из приведенных данных видно, что ряд показателей повторяется, что является признаком нелинейной зависимости и требуется определить корреляционное отношение.

Чтобы вычислить корреляционное отношение *x* по *y* или *y* по *x* по указанным формулам необходимо:

1. Сгруппировать первичные данные в форме корреляционной таблицы (см. табл. 12). При этом если находится корреляционное отношение η_{xy}, т.е. *x* по *y*, необходимо в столбце 2 привести ранжированные значения x_i, когда рассчитывается η_{yx}, то в столбце 2 должны быть ранжированные значения y_{i}.. В столбец 3 внести соответствующие значения зависимого признака y_i или x_i .

Таблица 12

Определение корреляционного отношения

№ п/п	x_i	y_i	y'	$y' - \bar{y}$	$y_i - \bar{y}$	$(y' - \bar{y})^2$	$(y_i - \bar{y})^2$
1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*
1	8	10	11	11-16,3= -5,3	10-16,5= -6,3	$- 5{,}3^2=28{,}1$	$-6{,}3^2=39{,}7$
2	8	12	11	11-16,3= -5,3	12-16,5= -4,3	$- 5{,}3^2=28{,}1$	$-4{,}3^2=18{,}5$
3	13	11	11	11-16,3= -5,3	11-16,3= -5,3	$- 5{,}3^2=28{,}1$	$-5{,}3^2=28{,}1$
4	17	15	20	20-16,3=3,7	15-16,3= -1,3	$3{,}7^2=13{,}7$	$-1{,}3^2=1{,}7$
5	17	20	20	20-16,3=3,7	20-16,3= 3,7	$3{,}7^2=13{,}7$	$3{,}7^2=13{,}7$
6	17	25	20	20-16,3=3,7	25-16,3= 8,7	$3{,}7^2=13{,}7$	$8{,}7^2=75{,}7$
7	18	13	13	13-16,5= -3,3	13-16,3= -3,3	$-3{,}3^2=10{,}9$	$-3{,}3^2=10{,}9$
8	19	12	14	14-16,5= -2,3	12-16,3= -3,3	$-2{,}3^2=5{,}3$	$-4{,}3^2=18{,}5$
9	19	14	14	14-16,5= -2,3	14-16,3= -2,3	$-2{,}3^2=5{,}3$	$-2{,}3^2=5{,}3$
10	19	14	14	14-16,5= -2,3	14-16,3= -2,3	$-2{,}3^2=5{,}3$	$-2{,}3^2=5{,}3$
11	19	16	14	14-16,5= -2,3	16-16,3= -0,3	$-2{,}3^2=5{,}3$	$-0{,}3^2=0{,}1$
12	20	19	18,5	18,5-16,3=2,2	19-16,3= 2,7	$2{,}2^2=4{,}8$	$2{,}7^2=7{,}3$

13	20	18	18,5	18,5-16,3=2,2	18-16,3= 1,7	$2,2^2$=4,8	$1,7^2$=2,9
14	21	18	20,65	20,65-6,3=4,35	18-16,3= 1,7	$3,5^2$=11,6	$1,7^2$=2,9
15	21	19	20,65	20,65-6,3=4,35	19-16,3= 2,7	$3,5^2$=11,6	$2,7^2$=7,3
16	21	25	20,65	20,65-6,3=4,35	25-16,5= 8,7	$3,5^2$=11,6	$8,7^2$=75,7
	$\sum_{yi}$=261					∑=201,9	∑=313,6
	$\bar{y}$ =16,3						

2. Определить среднее арифметическое признаков $\bar{x}$ или $\bar{y}$ в зависимости от того, какая зависимость рассчитывается. η_{xy} или η_{yx} и записать их внизу столбца 3.

Определить частные средние признаков x' или y' и внести эти значения в столбец 4. Находится следующим образом: берется ранжированный ряд (в данном случае x_i) и выделяются группы одинаковых значений, например, в приведенной табл. 12 – это 8 и 8 (повторяется 2 раза, 1-е и 2-е значения в столбце x_i), дальше 17,17 и 17 (три повторения, соответствующие порядковым номерам 4,5 и 6) и т.д. После этого напротив одинаковых групп значений x_i рассматриваем значения столбца y_i. В нашем случае напротив одинаковых значений x_i 8 и 8 находятся значения y_i 10 и 12; напротив одинаковых значений x_i 17,17 и 17, находятся значения y_i 15,20 и 25 и т.д. Для групп y_i и рассчитываются частные средние признаков y' путем сложения этих показателей и деления на количество одинаковых значений. Например, y' для значений под номерами 4,5,6 будет равно 15+20+25=60:3=20. Поэтому для всей этой подгруппы частное среднее будет равняться 20 (см. столбец 4 табл.12). Если в столбце x_i значение не повторяется, например, 13, то это значение и записывается в качестве y'.

3. Определить разности между частными средними признаков и средним арифметическим признаков ($x' - \bar{x}$) или ($y' - \bar{y}$) и внести их в столбец 5.

4. Определить разности между частными признаками и средним арифметическим признаков ($x_i - \bar{x}$) или ($y_i - \bar{y}$) и внести их в столбец 6.

5. Определить квадраты разностей ($x' - \bar{x}$) или ($y' - \bar{y}$) и вести их в столбец 7. Подсчитать сумму (∑) квадратов разностей и записать их внизу столбца 7.

6. Определить квадраты разностей ($x_i - \bar{x}$) или ($y_i - \bar{y}$) и внести их в столбец 8. Подсчитать сумму (∑) квадратов этих разностей и записать под столбцом 8.

7. Определить корреляционные отношения по формулам 19 и 20.

8. Определить достоверность полученных значений корреляционных отношений.

Определим корреляционное отношение по формуле 2, подставив полученные из табл. 12 данные.

$$\eta_{yx} = \sqrt{\frac{\sum_1^n \left(y' - \bar{y}\right)^2}{\sum_1^n \left(y_i - \bar{y}\right)^2}} = \sqrt{\frac{201{,}9}{313{,}6}} = = \sqrt{0{,}6438} = 0{,}802$$

Достоверность оценки полученного корреляционного отношения можно проверить по *t*-критерию Стьюдента или F-критерию Фишера. Покажем это на примере *t*-критерия Стьюдента. Для этого предварительно определяется фактическое значение *t*-критерия ($t_ф$) по следующей формуле:

$$t_ф = \frac{\eta\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-\eta^2}}. \qquad (21)$$

Если рассчитанное значение $t_ф$ окажется больше $t_{гр}$ при числе степеней свободы k = n-2, то полученное значение корреляционного отношения считается достоверным (значимым) при принятом уровне значимости и наоборот. Поэтому найдем $t_ф$ и $t_{гр.}$

$$t_ф = \frac{0{,}802\sqrt{16-2}}{\sqrt{1-0{,}802^2}} = \frac{0{,}802 \cdot 3{,}74}{\sqrt{1-0{,}643}} = \frac{2{,}999}{\sqrt{0{,}357}} = \frac{2{,}999}{0{,}597} = 5{,}023.$$

По таблице (приложение 3) для k = n-2= 16-2=14 при 5%-ном уровне значимости находим значение $t_{гр}$, которое равно 2,14, т.е. $t_ф$=5,023>2,14, что свидетельствует о достоверности полученного корреляционного отношения.

Следовательно, между числом выполненных заданий и временем на их выполнение есть тесная нелинейная корреляционная связь (t = 5,023 при $P < 0{,}05$).

5.5. Множественная корреляция

Иногда, наряду с анализом двумерных совокупностей приходится изучать зависимость между тремя и более признаками. Простейшим примером такого анализа является изучение зависимостей между тремя признаками: *X, Y, Z*. Для выявления тесноты связи одного из них (*X*) с двумя другими признаками (*X* и *Z*) используется коэффициент множественной корреляции (R_{xyz}), элементами которого служат описанные выше парные коэффициенты корреляции (r_{xy}).

Коэффициент множественной корреляции рассчитывается по следующей формуле:

$$R_{xyz} = \sqrt{\frac{r_{xy}^2 + r_{xz}^2 - 2r_{xy}r_{xz}r_{yz}}{1 - r_{yz}^2}}, \qquad (22)$$

где, r_{xy}, r_{xz} и r_{yz} – коэффициенты линейной корреляции между парами признаков (X и Y, Z и Z, Y и Z).

Коэффициент множественной корреляции имеет всегда положительный знак и принимает значение от нуля до единицы ($0 \leq R_{xyz} \leq 1$). Значимость коэффициента множественной корреляции принято оценивать по величине *t*-критерия Стьюдента с числом степеней свободы k = n-3 при принятом уровне значимости.

Пример. Необходимо выяснить взаимосвязь между результатами в прыжках в длину (X), ростом спортсменов (Y) и массой их тела (Z).

X (см): 500, 520, 536, 600, 490,620, 640, 580, 560, 570
Y (см): 168, 170, 174, 175, 165, 176, 180, 178, 171, 172
Z (кг): 65, 70, 76, 72, 60, 80, 85, 76, 78, 73

Как было написано выше, для определения коэффициента множественной корреляции необходимо предварительно рассчитать парные коэффициенты корреляций. Поэтому, используя приведенные данные X, Y и Z, построим таблицы 13, 14 и 15 на основе которых можно вычислить парные коэффициенты корреляций r_{xy}, r_{xz} и r_{yz} по методике, описанной в разделе 5.3.

Таблица 13

Взаимосвязь между результативностью в прыжках в длину (X) и ростом спортсменов (Y)

№ п/п	x_i	y_i	$x_i - \bar{x}$	$y_i - \bar{y}$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(y_i - \bar{y})^2$
1	500	168	-61,6	-4,9	301,84	3794,6	24,01
2	520	170	-41,6	-2,9	120,64	1730,6	8,41
3	536	174	-25,6	1,1	28,16	655,4	1,21
4	600	175	38,4	2,1	80,64	1474,6	4,41
5	490	165	-71,6	-7,9	565,64	5126,6	62,41
6	620	176	58,4	3,1	181,04	3410,6	9,61
7	640	180	78,4	7,1	556,64	6146,6	50,41
8	580	178	18,4	5,1	93,84	338,6	26,01
9	560	171	-1,6	-1,9	3,04	2,56	3,61
10	570	172	8,4	-0,9	7,56	70,56	0,81
	$\sum=5616$	$\sum=1729$			$\sum= 1939,04$	$\sum=22750,72$	$\sum=190,9$

$$\bar{x} = \frac{5616}{10} = 561,6, \qquad \bar{y} = \frac{1729}{10} = 172,9.$$

$$r_{xy} = \frac{\sum \cdot (Xi - \overline{X}) \cdot (Yi - \overline{Y})}{\sqrt{\sum (Xi - \overline{X})^2 \cdot \sum (Yi - \overline{Y})^2}} = \frac{1939,04}{\sqrt{22750,72 \cdot 190,9}} = \frac{1939,04}{2084,01} = 0,01$$

Таблица 14

Взаимосвязь между результативностью в прыжках в длину (X) и массой тела спортсмена (Z)

№ п/п	x_i	z_i	$x_i - \bar{x}$	$z_i - \bar{z}$	$(x_i - \bar{x})(z_i - \bar{z})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(z_i - \bar{z})^2$
1	500	65	-61,6	-8,4	517,44	3794,6	70,56
2	520	70	-41,6	-3,4	141,44	1730,6	11,56
3	536	76	-25,6	2,6	66,56	655,4	6,76
4	600	72	38,4	-1,4	53,76	1474,6	1,96
5	490	60	-71,6	-13,4	959,44	5126,6	179,56
6	620	80	58,4	6,6	385,44	3410,6	43,56
7	640	85	78,4	11,6	909,44	6146,6	134,56
8	580	75	18,4	1,6	29,44	338,6	2,56
9	560	78	-1,6	4,6	7,36	2,56	21,16
10	570	73	8,4	-0,4	3,36	70,56	0,16

$\sum=5616$ $\sum=734$ $\sum= 3073,68$ $\sum=22750,72$ $\sum=472,4$

$$\bar{x} = \frac{5616}{10} = 561,6, \qquad \bar{z} = \frac{734}{10} = 73,4.$$

$$r_{xz} = \frac{3073,68}{\sqrt{22750,72 \cdot 472,4}} = \frac{3073,68}{3278,33} = 0,94.$$

Таблица 15

Взаимосвязь между ростом спортсменов (Y) и массой их тела (Z)

№ п/п	y_i	z_i	$y_i - \bar{y}$	$z_i - \bar{z}$	$(y_i - \bar{y})(z_i - \bar{z})$	$(y_i - \bar{y})^2$	$(z_i - \bar{z})^2$
1	168	65	-4,9	-8,4	41,16	24,01	70,56
2	170	70	-2,9	-3,4	9,86	8,41	11,56
3	174	76	1,1	2,6	2,86	1,21	6,76
4	175	72	2,1	-1,4	2,94	4,41	1,96
5	165	60	-7,9	-13,4	105,86	62,41	179,56
6	176	80	3,1	6,6	20,46	9,61	43,56
7	180	85	7,1	11,6	82,36	50,41	134,56
8	178	75	5,1	1,6	8,16	26,01	2,56
9	171	78	-1,9	4,6	8,74	3,61	21,16
10	172	73	-0,9	-0,4	0,36	0,81	0,16

$\sum=1729$ $\sum=734$ $\sum=282{,}76$ $\sum=190{,}9$ $\sum=472{,}4$

$$\bar{y} = \frac{1729}{10} = 1729, \qquad \bar{z} = \frac{734}{10} = 73{,}4.$$

$$r_{yz} \quad \frac{282{,}72}{\sqrt{190{,}9 \cdot 472{,}4}} = \frac{282{,}72}{949{,}64} = 0{,}30.$$

После того, как рассчитаны все коэффициенты парных корреляций, можно определить коэффициент множественной корреляции по приведенной выше формуле:

$$R_{xyz} = \sqrt{\frac{r_{xy}^2 + r_{xz}^2 - 2r_{xy}r_{xz}r_{yz}}{1 - r_{yz}^2}} = \sqrt{\frac{0{,}01^2 + 0{,}94^2 - 2 \cdot 0{,}01 \cdot 0{,}94 \cdot 0{,}30}{1 - 030^2}} = 0{,}98$$

Полученный коэффициент указывает на существенную тесноту корреляции, признаки Y и Z оказывают значительное влияние на признак X. Таким образом, можно утверждать, что результат прыжка в длину зависит от роста и массы тела спортсменов.

Проверим значимость полученного коэффициента множественной корреляции по t-критерию Стьюдента. Определим вначале $t_{ф}$ по формуле:

$$t_{ф} = \frac{R_{x(yz)}\sqrt{n-3}}{\sqrt{1-R^{2}_{x(yz)}}} = \frac{0{,}98\sqrt{10-3}}{\sqrt{1-0{,}98^{2}}} = 3{,}2\,.$$

По таблице (приложение 3) определим значение $t_{гр}$ для 5%-ного уровня значимости при числе степеней свободы (k = n-3=10-3=7) равно 2,37. Так как $t_{ф}$ =3,2> $t_{гр}$ = 2,37 можно говорить о статистической значимости полученного коэффициента множественной корреляции.

5.6. Методика расчета коэффициента конкордации

В педагогических исследованиях широкое использование получает *метод экспертных оценок*. Экспертной называется оценка, получаемая путем выяснения мнений экспертов (специалистов, профессионалов, досконально знающих объект исследования).

Способы проведения экспертизы многообразны. Одним из простых является способ *предпочтения* (ранжирования), когда эксперты расставляют оцениваемые объекты по рангам в порядке ухудшения качества. Другой способ проведения экспертизы – способ *парного сравнения*. В этом случае каждый эксперт заполняет таблицу, в которой по горизонтали и вертикали обозначаются сравниваемые объекты. Каждая таблица относится к двум сравниваемым объектам и в ней проставляется номер того из них, который, по мнению эксперта, имеет более высокие качества или (в случае оценки весомости) более важен.

К мнению специалистов обращаются в тех случаях, когда осуществить измерения более точными методами невозможно или очень трудно. Однако результаты экспертизы во многом зависят от уровня компетентности самих экспертов. Поэтому подбор экспертов является важным этапом экспертизы. Высококвалифицированному эксперту свойственны компетентность, беспристрастность, интуиция и независимость суждений. По такому принципу, например, определяются составы судейских бригад для оценки выполнения упражнений в так называемых субъективных видах спорта: спортивная и художественная гимнастика, фигурное катание, борьба, бокс и т.д.; составы государственных аттестационных комиссий (ГАК), диссертационных советов по защитам кандидатских и докторских диссертаций, для оценки результатов различных конкурсов и т.д.

Но в то же время подобрать абсолютно одинаковых экспертов практически невозможно. В этой связи, важное значение при анализе результатов экспертизы имеет степень согласованности мнений экспертов, оцениваемая по величине рангового коэффициента корреляции (в случае двух экспертов) или по величине *коэффициента конкордации* (в случае, когда в экспертизе участвуют более двух экспертов).

Коэффициент конкордации (W) вычисляется по следующей формуле:

$$W = \frac{12S}{m^2(n^3 - n)}, \qquad (23)$$

где S – сумма квадратов отклонений суммы рангов, полученных каждым испытуемым, от средней суммы рангов; m – число экспертов; n – число объектов изучения.

В зависимости от степени согласованности мнений экспертов коэффициент конкордации находится в пределах $0 \le W \le 1$. Значение 0 – при отсутствии согласованности, 1 – полное единодушие экспертов. Принято считать, что при $W < 0{,}3$ имеет место слабая, при $W = 0{,}3 - 0{,}7$ – средняя, а при $W > 0{,}7$ – сильная согласованность мнений экспертов. Таким образом, чем ближе значение коэффициента конкордации к 1, тем выше согласованность мнений.

Пример. Бригада судей (m) по спортивной гимнастике оценивала упражнения мастеров спорта (n) на кольцах и расставила их по рангам (занятым местам). Результаты предпочтений судей (экспертов) представлены в табл. 16. Необходимо определить согласованность мнений судей путем расчета коэффициента конкордации.

Таблица 16

Действия по расчету коэффициента конкордации

Судьи (эксперты) m=5	Гимнасты (n=7)						
	1	2	3	4	5	6	7
1	3	5	2	4	1	6	7
2	4	6	2	1	3	7	5
3	4	5	3	2	1	6	7
4	5	6	2	1	3	7	4
5	6	5	3	2	1	7	4
Сумма рангов, полученных каждым гимнастом	22	27	12	10	9	33	27
Отклонение от средней суммы рангов	2	7	-8	-10	-11	13	7
Квадрат отклонения	4	49	64	100	121	169	49

Средняя сумма рангов ($\bar{\sum}_R$) равняется:

$$\bar{\sum}_R = \frac{22+27+12+10+9+33+27}{7} = \frac{140}{7} = 20$$

Сумма квадратов отклонений (S) равняется:

$$S = 4 + 49 + 64 + 100 + 121 + 169 + 49 = 556.$$

Подставим полученные значения в формулу:

$$W = \frac{12S}{m^2(n^3 - n)} = \frac{12 \cdot 556}{25(343-7)} = \frac{6672}{8400} = 0{,}79.$$

Как видно из приведенных примеров в педагогических исследованиях важное место занимают расчеты достоверности различий между полученными результатами, подбор критериев при этом зависит от того, по какой шкале выполнены сами измерения и от того между какими результатами проводится расчет достоверности различий (независимыми или зависимыми). Большое место в проводимых исследованиях занимает анализ взаимосвязей между различными показателями (*корреляция*).

6. МАТЕМАТИКО-СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СОВРЕМЕННЫХ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

В рассмотренных выше разделах приведены главным образом алгоритмы, ориентированные преимущественно на ручные вычисления, позволяющие понять процедуру вычислений и выбор соответствующих критериев. Вместе с тем к настоящему времени существует значительное количество программ для обработки и графического представления полученных результатов с помощью современных компьютеров и информационных технологий. Их применение позволяет значительно ускорить проведение математико-статистической обработки результатов педагогических исследований, в некоторых случаях автоматизировать их, а также исключить многие возможные ошибки.

6.1. Анализ программных пакетов для статистической обработки результатов исследований

На современном рынке программных средств появилось достаточно много пакетов для статистической обработки данных. Все эти программы можно подразделить на профессиональные, полупрофессиональные (популярные) и специализированные. Профессиональные пакеты программ имеют большое количество методов анализа, популярные пакеты – количество функций, достаточное для универсального применения. Специализированные же пакеты ориентированы на какую-либо узкую область анализа. Поэтому рассмотрим основные характеристики некоторых известных программных пакетов для статистической обработки результатов исследований.

MS Excel. Одним из наиболее доступных систем для статистического анализа полученных результатов является приложение MS Excel из пакета офисных программ компании Microsoft (MS Office).

В принципе MS Excel является электронной таблицей с достаточно мощными математическими возможностями, где некоторые статистические функции представляют дополнительные встроенные формулы, не позволяющие в полном объеме производить математикостатистическую обработку полученных результатов педагогического исследования. В этой связи данное приложение хорошо подходит для накопления полученных данных, промежуточного их преобразования, построения некоторых видов диаграмм. Ряд возможностей для решения этих задач будет рассмотрен в последующих разделах пособия.

STATISTICA. Данная программа задумывалась как полная статистическая система для пользователей персональных компьютеров. Система состоит из ряда модулей, работающих независимо. К таким модулям относятся: Основные статистики и таблицы, Непараметрическая статистика, Дисперсионный анализ, Множественная регрессия, Нелинейное оценивание, Анализ временных рядов и прогнозирование, Кластерный анализ, Факторный анализ, Дискриминантный функциональный анализ, Анализ длительностей жизни, Каноническая корреляция, Многомерное шкалирование, Моделирование структурными уравнениями и др. каждый модуль включает определенный класс процедур. Графики в данной системе строятся как из общего меню, так и из подменю процедур, что значительно облегчает начинающим выбор адекватного графического представления данных.

Российское представительство компании (http://www.statsoft.ru/) предлагает полностью русифицированную версию программы. Сайт компании содержит много информации по статистической обработке данных, электронный учебник на русском языке (http://www.statsoft.ru/home/textbook/default.htm). Сам пакет *Statistica* описан в нескольких книгах.

Программный пакет *Statistica* относится к одной из наиболее простых для неподготовленного пользователя систем, с наименьшим периодом овладения ее возможностями и удачным набором графических возможностей. Однако следует помнить о том, что это лицензионная программа и ее приобретение и установка требует вложения определенных финансовых средств.

SPSS. Это самый часто используемый пакет статистической обработки данных с более тридцатилетней историей (http://www.spss.com). Программа отличается гибкостью, мощностью, применим для всех видов статистических расчетов, используемых в педагогических исследованиях. Существует русскоязычное представительство компании (http://www.spss.ru), которое предлагает полностью русифицированную версию SPSS 12.02 для Windows.

Появились учебники на русском языке, позволяющие шаг за шагом освоить возможности *SPSS*, репетитор по статистике на русском языке, помогающий в выборе нужной статистической или графической процедуры для конкретных данных и задач, а также справка по *SPSS Base* и *SPSS Tables*, иллюстрированный самоучитель по *SPSS* (http://www.datuapstrade.lv/rus/spss/).

В настоящее время *SPSS* включает большое количество статистических процедур, возможности по манипуляции данными и создания графиков. Большинство опций доступна из меню и диалоговых окон, что выгодно отличает *SPSS*. Вместе с тем, *SPSS* уступает ряду других статистических систем по некоторым параметрам, например, многие дополнительные модули (нейросетевого моделирования, дендрологического моделирования и др.) существуют в виде отдельных программных продуктов, которые интегрируются в систему благодаря стараниям пользователя (и не могут вызываться в прямом виде из командного процессора). Различные модули могут давать результаты в несовместимом формате (корреляционные матрицы, полученные при помощи модуля продукт-моментной корреляции и ранговой корреляции имеют разный формат, формат ранговой матрицы не распознается процедурой факторного анализа и др.).

STATGRAPHICS + (PLUS). Довольно мощная статистическая программа. Содержит более 250 статистических функций. Последнюю версию можно получить на сайте http://www.statgraphics.com. Есть возможность скачать демоверсию. Данная программа была разработана еще для персональных компьютеров, работающих под управлением MS DOS. Уже в те годы в отличие от *SPSS* она открыла перед пользователями систему меню, четкую графику высокого разрешения, большие возможности по экспорту графических изображений в сочетании с достаточно полным набором статистических алгоритмов. Однако на компьютерах, оснащенных операционной системой Windows, *Statgraphics* уступил свои позиции в качестве «статистической системы №1 для начинающих» пакету *Statistica*.

Вместе с тем до сих пор *Statgraphics* сохраняет свою приверженность ориентировке на начинающих пользователей в сочетании с мощными возможностями по визуализации. Следует отметить, что структура *Statgraphics* достаточно сильно отличается от таковой в *Statistica* и *SPSS*. Процедуры в данной программе сгруппированы по типам анализа, а не особенностям алгоритмов. Так, пункты меню носят следующие названия: «Сравнить», «Проанализировать связи», «Описать» – что значительно облегчает выбор нужных процедур. При этом методики параметрической и непараметрической статистик обычно находятся в одном пункте меню и могут быть использованы при просмотре опций данного типа анализа. После каждого анализа идет краткий комментарий того, что было получено и даются предложения по использованию дополнительных методик.

STADIA. Универсальный российский статистический пакет *STADIA* за 12 лет существования и развития стал аналитическим инструментом для многих тысяч пользователей в различных областях науки, техники, планирования, управления, производства, с/х, экономики, бизнеса, маркетинга, образования, медицины и др. по всей русскоязычной Евразии. По своим базовым возможностям сопоставим с наиболее известными западными статистическими пакетами. Отличается познаваемостью и простотой пользования применительно к отечественной аудитории. К положительным качествам программы можно отнести русскоязычный интерфейс и наличие книг описывающих работу. Со страницы сайта (http://www.exponenta.ru/soft/others/stadia/stadia.asp) можно взять демо-версию программы, ознакомиться с ее возможностями.

AtteStat. Программа анализа данных предназначена для профессиональной статистической обработки данных в различных областях деятельности. Она выполнена в виде надстройки к популярным электронным таблицам MS Excel под управлением операционной системы Microsft Windows. Конструктивно программа состоит из функционально независимых модулей, объединенных общим интегратором. Программа корректно работает в интерфейсе электронных таблиц MS Excel, не замедляет быстродействие компьютерной системы в процессе работы, не требует никаких настроек и не конфликтует с другими установленными программами. Ее выгодно отличает компактное и легко интегрируемое представление результатов анализа. Скачать описание демо-версии программы можно с сайта: http://kazus.ru/programs/viewdownloaddetails/kz_0/lid_6393.html. В настоящее время в *Интернет* доступны многие ресурсы, посвященные статистической обработке данных. Одним из них является статистический портал, созданный при содействии В.П. Боровикова, автора книг по программному пакету *Statistica* (http://statsoft.ru/resources/books.php). Российское представительство *Statsoft Inc* предлагает на своем сайте бесплатный электронный учебник по статистике, который призван помочь разобраться с основными понятиями статистики и более полно представить диапазон применения статистических методов. Из ресурсов *Интернет* заслуживает внимания сайт с пятилетней историей «Биометрика» (http://www.biometrica.tomsk.ru).

Несмотря на то, что статистических программ значительно больше, здесь мы остановимся на рассмотрении наиболее известных и распространенных пакетов в нашей стране. Конечно, невозможно иметь все программы. Есть смысл посмотреть демо-версии и остановиться на выборе одной, двух программ. В то же время русскоязычные версии имеют только *SPSS* и *Statistica*. Что же касается программы *AtteStat*, то ее возможности намного скромнее по сравнению *SPSS* и *Statistica,* но в плане обработки результатов педагогических исследований вполне достаточны. Поэтому в дальнейшем рассмотрим методику математико-статистической обработки полученных данных на основе *MS Excel* и *AtteStat..*

6.2. Возможности MS Excel по математико-статистической обработке полученных результатов

Описательная статистика. Описательная статистика позволяет обобщать первичные результаты, полученные при наблюдении или в эксперименте. Все расчеты описательных статистик сводятся к группировке данных по их значениям, построению распределения их частот, выявлению центральных тенденций распределения и, наконец, к оценке разброса данных по отношению к найденной центральной тенденции. Представление описательных статистик является, как правило, первым шагом любого анализа. Цель представления данных в виде описательных статистик – сделать выводы и принять стратегические (для анализа) решения, основанные на имеющихся данных.

Основные показатели описательной статистики: среднеарифметическое значение, стандартная ошибка, медиана, мода, стандартное отклонение, дисперсия выборки, эксцесс, асимметрия, интервал, минимальное значение в выборке, максимальное значение в выборке, сумма, счет.

С помощью функции «Описательная статистика» можно получить результаты для одной или нескольких выборок одновременно.

Порядок действий в Excel 2010 (2013) следующий:

1. Открыть программу Excel через Пуск→Программы→Microsoft Excel или двойным щелчком мыши по пиктограмме на рабочем столе, если она туда выведена.
2. Набрать данные выборок по столбцам или строкам (рис. 3).

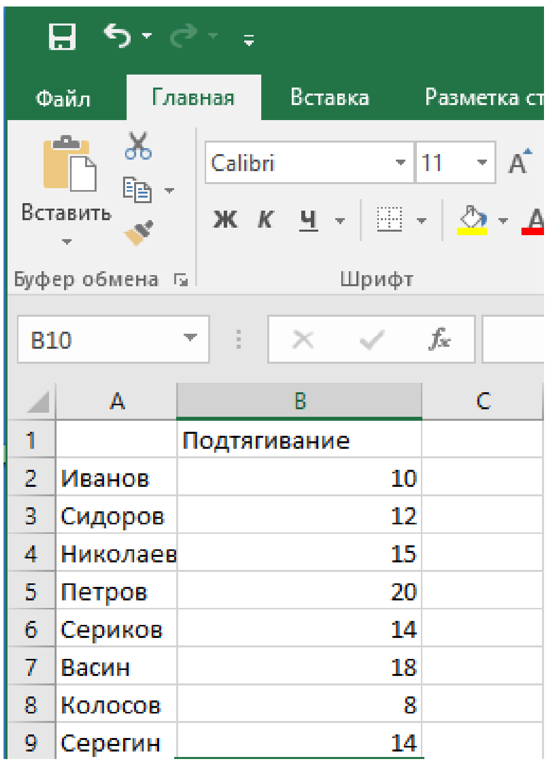


Рис.3. Данные выборки по результатам подтягивания

3. Для доступа к функции «Описательная статистика» нажмите кнопку «Анализ данных» в группе «Анализ» на вкладке «Данные» (рис. 4).

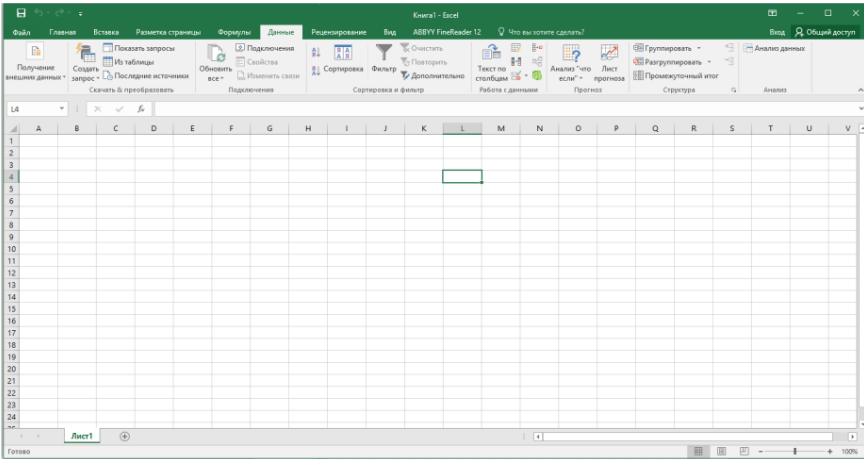


Рис. 4. Кнопка «Анализ данных» во вкладке «Данные»

4. В раскрывшемся подменю выбрать пункт «Описательная статистика» и щелкнуть по кнопке «ОК» (рис. 5).

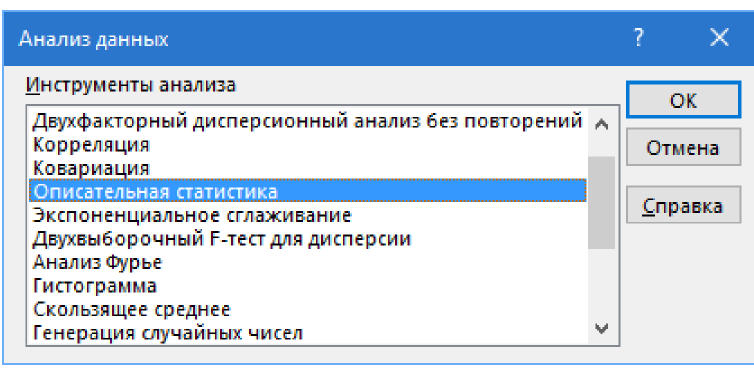


Рис.5. Инструмент анализа «Описательная статистика»

Если кнопка «Анализ данных» недоступна, необходимо загрузить надстройку "Пакет анализа". Делается это следующим образом:

– на вкладке «Файл» выберите команду «Параметры» и в появившемся окне щелкните по пункту «Надстройки»;

– в следующем окне в строке «Управление надстройками», щелкните по кнопке «Перейти»;

в следующем окне «Надстройки» поставьте галочку слева от пункта «Пакет анализа». Кнопка «Анализ данных» появится на вкладке «ДАННЫЕ» ленты.

5. В появившемся окне для ввода данных (рис. 6) ввести соответствующие данные, представленные на рис. 3.

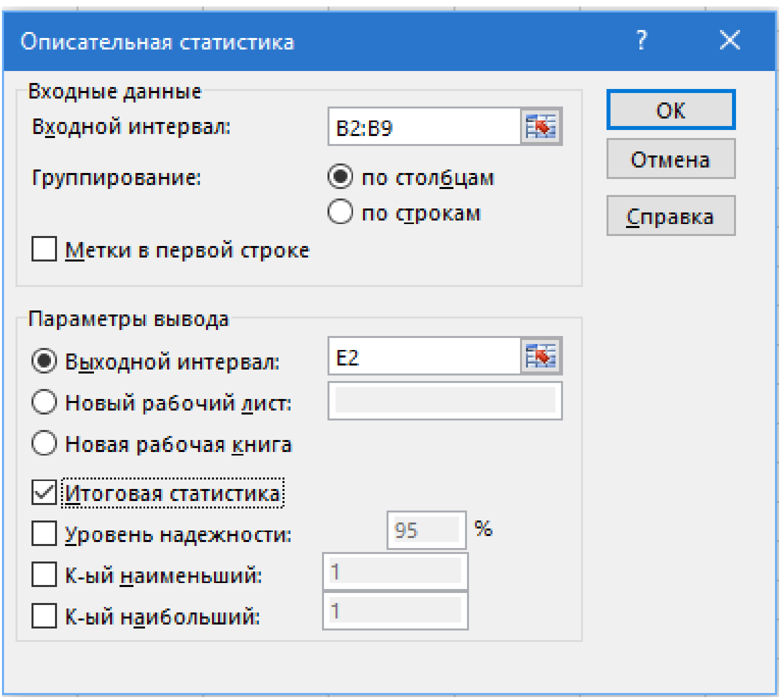


Рис.6. Окно для ввода входных данных

В небольшом окошке напротив строки «Входной интервал» набрать диапазон, в котором находятся интересующие данные, например, в нашем случае это диапазон B2:B9. В случае, когда необходимо определить статистики для нескольких выборок необходимо указывать диапазон прямоугольника, в котором находятся данные, например, В2:С8. В окошечке напротив строки «Выходной интервал» указать место, куда должны расположиться статистики. Это может быть ячейка, которая расположена справа от данных или внизу. Например, для нашего случая мы выбрали ячейку Е2, поэтому результаты появятся именно здесь, т.е. начнутся с этой ячейки (рис.7).

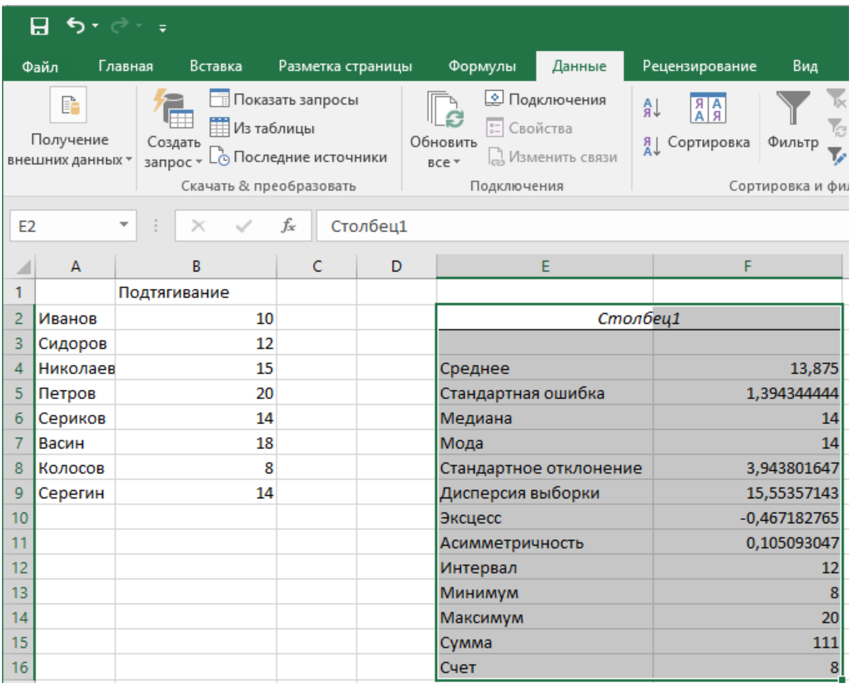


Рис.7. Фрагмент экрана с представлением статистик

Как видно из рис. 7 статистики нашей выборки представлены в *столбце 1*. Это среднее арифметическое значение – первая строка, затем стандартное отклонение – вторая строка, Медиана – третья строка и т.д. На последней строке указывается счет – это общее количество данных, для нашего примера 7. Большинство таких данных могут быть использованы для дальнейшей обработки результатов педагогического исследования.

Определение достоверности различий между количественными результатами. Статистическая обработка исходных данных с помощью MS Excel может проводиться тремя способами: 1) с помощью статистических функций; 2) с помощью пакета *Анализ данных*; 3) путем программирования самим пользователем необходимых расчетных формул. В данном случае рассмотрим два первых способа для определения достоверности различий между полученными результатами. В программном пакете MS Excel есть возможность расчета достоверности различий между полученными результатами с помощью двух параметрических критериев: *t-критерия Стьюдента* и *F-критерия Фишера*, методика расчета которых рассматривалась выше. Но так как использование данных критериев возможно только при *нормальном распределении* экспериментальных данных, то их использование требует предварительной проверки нормальности распределения полученных результатов.

Критерий Стьюдента (*t*) наиболее часто используется для проверки гипотезы на основе сравнения двух средних. Критерий позволяет найти вероятность того, что оба средних относятся к одной и той же совокупности. Если эта вероятность (*p)* ниже уровня значимости ($p<0{,}05$), то принято считать, что выборки относятся к двум разным совокупностям и различия между полученными результатами *достоверны* и наоборот, если вероятность выше уровня значимости ($p>0{,}05$), то различия между полученными результатами *недостоверны*.

При использовании *t-критерия Стьюдента* в MS Excel можно выделить два случая. В первом случае его применяют для проверки гипотезы о равенстве генеральных средних двух независимых, несвязанных выборок (так называемый двухвыборочный t-критерий). В этом случае есть экспериментальная группа и контрольная группа, состоящие из разных испытуемых, количество которых в группах может быть одинаковым или различным.

Во втором случае, когда проверяется гипотеза о средних в двух зависимых (связанных) выборках, например, проверяется количество подтягиваний на перекладине в начале четверти и в конце в одном и том же классе (группе), используется так называемый *парный t-критерий*. В обоих случаях должно выполняться требование нормальности распределения исследуемого признака в каждой из сравниваемых групп и равенства дисперсий в сравниваемых совокупностях.

Рассмотрим методику расчета достоверности различий с помощью *t-критерия* с учетом обоих случаев. Для рассмотрения первого случая используем данные, приведенные в таблице 1 (см. раздел 3.1 пособия). Прежде всего, необходимо проверить нормальность распределения полученных данных. В статистических программах существует множество критериев проверки соответствия распределения эмпирических данных нормальному, есть они и в программе MS Excel. Для оценки соответствия имеющихся экспериментальных данных нормальному закону распределения обычно используют графический метод, выборочные параметры формы распределения и критерии согласия. Графический метод позволяет давать ориентировочную оценку расхождения или совпадения распределений. При большом числе (n>100) неплохие результаты дает вычисление выборочных параметров формы распределения: *эксцесса* и *асимметрии,* значения которых можно легко получить с помощью *Описательной статистики* (см. описание выше). Принято говорить, что предположение о нормальности распределения не противоречит имеющимся данным, если *асимметрия* близка к нулю, то есть лежит в диапазоне от -0,2 до +0,2, *эксцесс* от -1 до +1. Наиболее убедительные результаты дает использование *критериев согласия*, предназначенные для проверки согласия опытных данных и теоретической модели. Здесь нулевая гипотеза представляет собой подтверждение о том, что распределение генеральной совокупности, из которой получена выборка, не отличается от нормального.

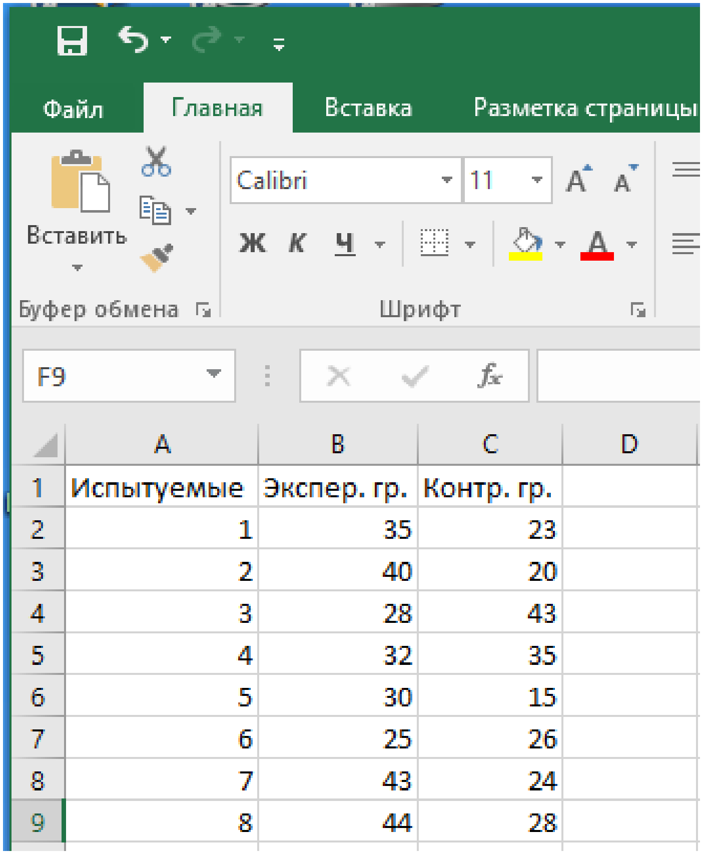
Среди критериев согласия большое распространение получил непараметрический критерий X^2 (хи-квадрат). Он основан на сравнении эмпирических частот интервалов группировки с теоретическими (ожидаемыми) частотами, рассчитанными по формулам нормального распределения. Для применения X^2 желательно, чтобы объем выборки был равен или больше сорока (n≥40), выборочные данные были сгруппированы в интервальный ряд с числом интервалов не менее 7, а в каждом интервале находилось не менее 5 наблюдений (частот). В MS Excel X^2 реализован в функции ***ХИ2ТЕСТ***. Если вычисленная вероятность ниже уровня значимости (0,05), то нулевая гипотеза отвергается и утверждается, что наблюдаемые значения *не соответствуют* нормальному распределению. Если вычисленная вероятность близка к 1, то можно говорить о высокой степени соответствия экспериментальных данных нормальному закону распределения. Кроме этого в MS Excel для проверки нормальности распределения есть функция ***НОРМРАСП***. Однако здесь следует отметить, что указанные функции требуют для проверки нормальности распределения достаточно много предварительных расчетов и несколько сложны для понимания математически неподготовленного пользователя. В то же время в разделе 3.3 данного пособия говорилось о том, что если количество испытуемых больше 30, то распределение приближается к нормальному. Так как в большинстве исследований, проводимых бакалаврами и магистрами в области физической культуры и спорта количество испытуемых, зачастую ограничивается контингентом меньше 30 (спортивная команда, класс, группа занимающихся), то для проверки нормальности распределения лучше использовать правило трех сигм или воспользоваться критерием Шапиро-Уилки для небольших выборок. Весьма доступно для понимания этот критерий представлен в программе **AtteStat**, о возможностях которого расскажем в разделе 6.3. В данном же случае для дальнейшего расчета достоверности различий по *t-критерию Стьюдента* будем опираться на результаты определения нормальности распределения данных из таблицы 1 в разделе 3.3 согласно правилу трех сигм, где было выявлено, что эти данные соответствуют *нормальному распределению.*

В MS Excel для оценки достоверности различий по *t-критерию* Стьюдента используется специальная функция ***ТТЕСТ,*** которая использует следующие параметры: *массив1; массив 2; хвосты; тип*. Здесь *массив 1* – это первое множество данных, например, результаты экспериментальной группы или результаты первой проверки в группе, *массив 2* – это второе множество данных, например, данные контрольной группы или результаты второй проверки в группе, *хвосты* – число хвостов распределения. Обычно число хвостов равно 2, *тип* – это вид исполняемого t-теста. И здесь возможны три варианта выбора: 1) парный тест; 2) двухвыборочный тест с равными дисперсиями; 3) двухвыборочный тест с неравными дисперсиями. Какой же вариант нужно выбрать в конкретных исследованиях? При использовании *t-критерия Стьюдента* выделяют два основных случая. В первом случае его применяют для проверки гипотезы о равенстве генеральных средних двух независимых, несвязанных выборок (двухвыборочный t-критерий). В этом случае при заполнении диалогового окна ***ТТЕСТ*** необходимо выбрать *третий тип*, то есть *двухвыборочный тест с* *неравными дисперсиями*. Когда же проверяется достоверность различий результатов, полученных в одной и той же группе, например, в начале и в конце эксперимента, то используется *первый тип*, то есть *парный тест*.

Таким образом, для того чтобы рассчитать t-критерий Стьюдента (для независимых и для зависимых выборок) в Excel необходимо сделать следующие шаги:

1. Внести значения для двух переменных в таблицу (Например, *Переменная 1 и Переменная 2*);
2. Поставить курсор в пустую ячейку;
3. В строке формул нажать кнопку ***fx*** *(вставить формулу);*
4. В открывшемся окне «*Мастер функций*» в поле «Категории» выбирать пункт **«Полный алфавитный перечень»**;
5. Затем в поле **«Выберите функцию»** найти функцию ***TTECT,*** которая возвращает вероятность, соответствующую критерию Стьюдента и нажать «ОК»;
6. В открывшемся окне **«Аргументы функции»** в поле Массив1 внести **номера ячеек**, содержащие значения Переменной 1, в поле Массив 2 внести **номера ячеек**, содержащие значения Переменной 2;
7. В поле **«Хвосты»** ввести **2** (критерий будет рассчитываться используя **двустороннее распределение**;
8. В поле «Тип» набрать **1** (если **выборки зависимые**); либо **2** или **3** (если **выборки независимые**), при этом цифру **3** набирать, если имеются *неравные дисперсии* в выборках и цифру **2** – при равных дисперсиях, после чего нажать «ОК».
9. Посмотреть получившийся результат. Если уровень значимости меньше 0,05 делается вывод о наличии различий между группами.

Рассмотрим примеры использования функции ***TTECT*** при определении достоверности различий для обоих случаев. Определение достоверности различий между результатами контрольной стрельбы (первый случай) в экспериментальной и контрольной группах осуществим на основе данных табл. 1. Предварительно занесем эти результаты в MS Excel, запустив программу с помощью команды: **Пуск → Программы → Microsoft Office → Excel**, **2010-2016** в зависимости от того каким Office вы пользуетесь. Для нашего примера используем **Office Excel 2016.** Полученные результаты представлены на рис.8.



	A	B	C	D
1	Испытуемые	Экспер. гр.	Контр. гр.	
2	1	35	23	
3	2	40	20	
4	3	28	43	
5	4	32	35	
6	5	30	15	
7	6	25	26	
8	7	43	24	
9	8	44	28	

Рис.8. Результаты контрольной стрельбы

Далее необходимо установить курсор на пустой ячейке, снизу или справа от таблицы, например, в ячейке **D10**, где появятся полученные результаты. В строке формул нажать кнопку ***fx*** (вставить формулу). После этого появляется диалоговое окно **Мастер функций**, в котором в поле **«Категории»** выбирать пункт **«Полный алфавитный перечень»** и в поле **«Выберите функцию»** найти функцию ***TTEST,*** которая возвращает вероятность, соответствующую критерию Стьюдента и нажать «ОК» (рис.9).

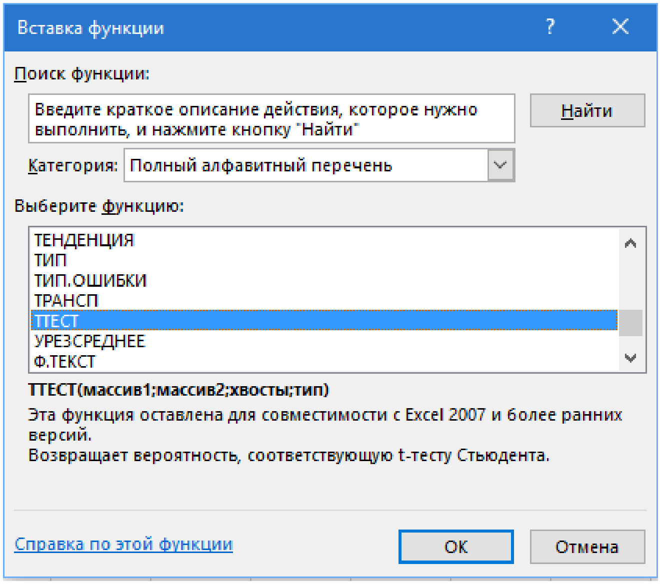


Рис.9. Выбор функции ***ТТЕСТ***

После нажатия на кнопку ***ОК*** появляется диалоговое окно для заполнения данных (рис.11).

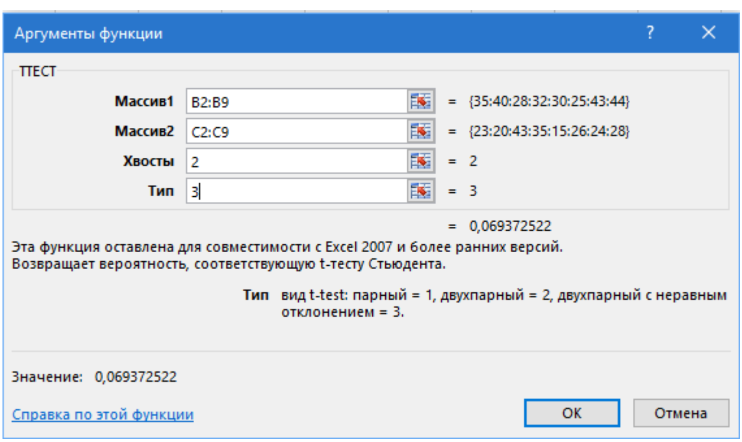
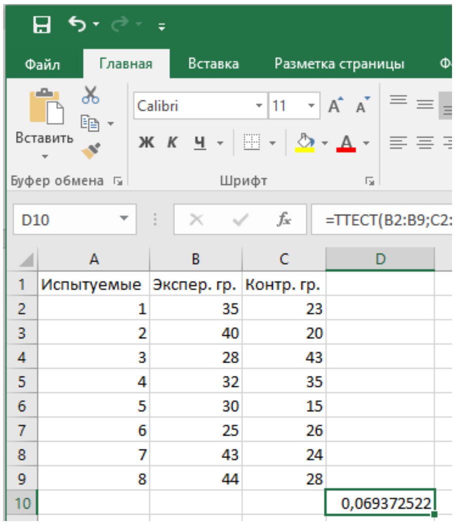


Рис.10. Диалоговое окно для заполнения аргументов функции

Указателем мыши ввести диапазон данных для экспериментальной группы (B2:B9) в поле **Массив 1**. В поле **Массив 2** ввести диапазон данных для контрольной группы (C2:C9). В поле **Хвосты**, как указывалось выше с клавиатуры вводится цифра **2**, а в поле **Тип** ввести цифру **3**, после чего нажать на кнопку ***OK*** этого окна и в ячейке **D10** появится значение вероятности – 0,069372522 (рис.11).



	A	B	C	D
1	Испытуемые	Экспер. гр.	Контр. гр.	
2	1	35	23	
3	2	40	20	
4	3	28	43	
5	4	32	35	
6	5	30	15	
7	6	25	26	
8	7	43	24	
9	8	44	28	
10				0,069372522

Рис.11. Результат использования функции ***ТТЕСТ***

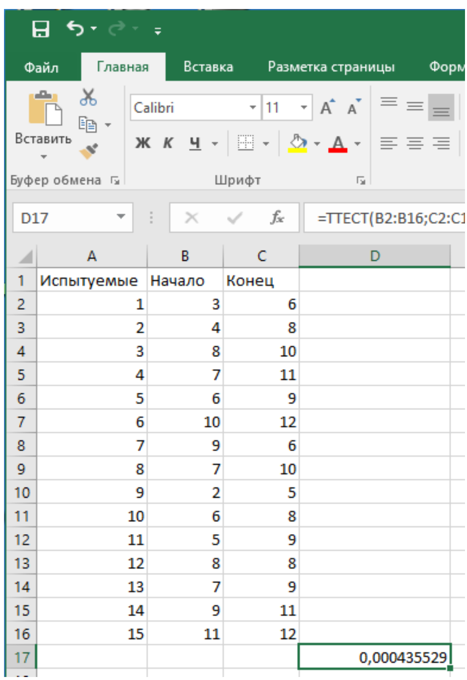
На основе данного значения можно сделать вывод о достоверности различий между результатами, полученными в экспериментальной и контрольной группах. Поскольку величина вероятности случайного появления анализируемых выборок (0,069372522) больше уровня значимости (α = 0,05), то нулевая гипотеза не может быть отвергнута, то есть принимается. Следовательно, различия между выборками могут быть случайными и средние выборок не считаются достоверно отличающимися друг от друга. Поэтому и в данном случае, как и при расчете достоверности различий, выполненном вручную, (см. раздел 3.1) нет оснований говорить о большей эффективности экспериментальной методики обучения стрельбе (p>0,05).

Для определения достоверности различий между **связанными результатами (второй случай)** используем результаты по подтягиванию на перекладине в начале и в конце учебного года, которые выглядят следующим образом:

X (начало учебного года): 3, 4, 8, 7, 6, 10, 9, 7, 2, 6, 5, 8, 7, 9, 11

Y (конец учебного года): 6, 8, 10, 11, 9, 12, 6, 10, 5, 8, 9, 8, 9, 11, 12

По предварительным расчетам эти результаты как в начале учебного года (X), так и в конце (Y) имеют *нормальное распределение*, что позволяет использовать *t-критерий Стьюдента*. Методика расчета достоверности различий с помощью функции ***ТТЕСТ*** аналогична предыдущему, но, как указывалось выше при выборе *типа* исполняемого теста нужно выбрать *парный тест* и в появившемся диалоговом окне (см. рис.10) в поле **Тип** ввести цифру **1**. Опуская предварительные расчеты, приведем лишь окончательный результат расчета достоверности различий (рис.12).



	A	B	C	D
1	Испытуемые	Начало	Конец	
2	1	3	6	
3	2	4	8	
4	3	8	10	
5	4	7	11	
6	5	6	9	
7	6	10	12	
8	7	9	6	
9	8	7	10	
10	9	2	5	
11	10	6	8	
12	11	5	9	
13	12	8	8	
14	13	7	9	
15	14	9	11	
16	15	11	12	
17				0,000435529

Рис.12. Итоговый результат расчета достоверности

Как видно из рис.12 величина случайного появления анализируемых выборок, представленной в ячейке **D17** равно 0,000435529, которая оказалась меньше уровня значимости (α = 0,05), то нулевая гипотеза отвергается. Следовательно, различия между данными выборками не случайны и средние выборок считаются достоверно отличающимися друг от друга. Поэтому на основании применения *t-критерия Стьюдента* для связанных выборок можно сделать вывод о том, что в процессе занятий у занимающихся значительно увеличилось количество подтягиваний и результаты, полученные в начале и в конце учебного года имеют *достоверные различия* (p<0,05).

***F*-критерий Фишера**. Как уже указывалось в разделе 3.2 параметрический критерий Фишера используют для проверки гипотезы о принадлежности двух дисперсий одной генеральной совокупности и, следовательно, их равенстве. При этом предполагается, что данные независимы и распределены по нормальному закону. Гипотеза о равенстве дисперсий отвергается, если отношение большей дисперсии к меньшей больше критического значения распределения Фишера.

В MS Excel критическое значение критерия Фишера можно рассчитать при помощи функции ***ФТЕСТ*** (*массив1;массив2*), которая возвращает одностороннюю (для простой альтернативной гипотезы) вероятность того, что дисперсии аргументов *массив1* и *массив2* различаются несущественно.

Непараметрический критерий *согласия* X^2 (хи-квадрат) в определении достоверности различий между полученными различиями.

Непараметрические критерии используются в тех случаях, когда закон распределения данных отличается от нормального или неизвестен. Бывают ситуации, когда необходимо сравнить две относительные или выраженные в процентах величины (доли) и в этом случае можно использовать непараметрический критерий **X^2 (хи-квадрат)**. Как уже говорилось выше, в MS Excel данный критерий реализован в функции ***ХИ2ТЕСТ***, который вычисляет вероятность совпадения наблюдаемых (фактических) значений и теоретических (гипотетических) значений. Если вычисленная вероятность ниже уровня значимости (0,05), то нулевая гипотеза отвергается и утверждается, что наблюдаемые значения не соответствуют теоретическим (ожидаемым) значениям.

Функция ***ХИ2ТЕСТ*** имеет следующие параметры: (*фактический_интервал; ожидаемый_интервал)*. Здесь:

• *фактический интервал* — это интервал данных, которые содержат наблюдения, подлежащие сравнению с ожидаемыми значениями;

• *ожидаемый интервал* — это интервал данных, который содержит теоретические (ожидаемые) значения для соответствующих наблюдаемых.

Для иллюстрации методики расчета достоверности различий с помощью функции ***ХИ2ТЕСТ*** обратимся к примеру, описанному в разделе 3.6, где рассматривается случай четырехпольной таблицы, когда после обучения по различным методикам оценивается умение выполнять гимнастическое упражнение по типу *выполнил – не выполнил*. Как видно из результатов эксперимента из двух групп в экспериментальной группе из 25 человек упражнение выполнили 20, а в контрольной тоже из 25 человек выполнили 13 занимающихся. Принимается нулевая гипотеза, что выборки принадлежат к одной генеральной совокупности. Предварительно определим ожидаемое значение результата (среднее значение между выборками, в которых *выполнили* упражнение): (20 + 13)/2 = 16.5, то есть мы ожидали, что разницы между группами нет, и в обоих случаях упражнение должно было выполнено по 16,5 раз. Затем вычисляется значение вероятности того, что изучаемые события (в нашем примере количество выполнения упражнения в обеих выборках) произошли случайным образом. Для этого введем данные в таблицу MS Excel: 20 — в ячейку А1, 13 — в В1, 16,5 – в А2, В2. Табличный курсор установим в свободную ячейку (А3). Дальше действуем также, как и при использовании функции ***ТТЕСТ***, но в поле **«Выберите функцию»** выбираем функцию ***ХИ2ТЕСТ***, после чего нажимаем кнопку **ОК** и появляется диалоговое окно для заполнения аргументов функции (рис.13).

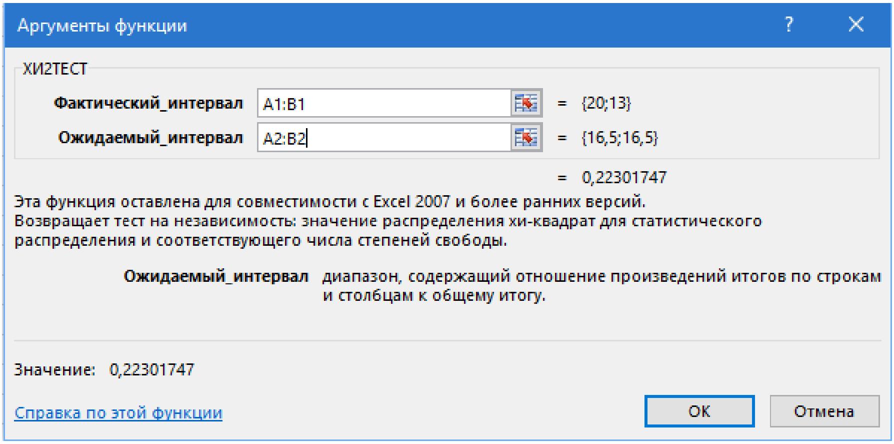


Рис.13. Окно для заполнения аргументов функции ***ХИ2ТЕСТ***

В этом окне в поле **Фактический интервал** вносим **(A1:B1)**, в поле **Ожидаемый интервал** соответственно **A2:B2** и щелкаем по кнопке ОК и в ячейке А3 появится значение вероятности – 0,22301747 (рис.14).

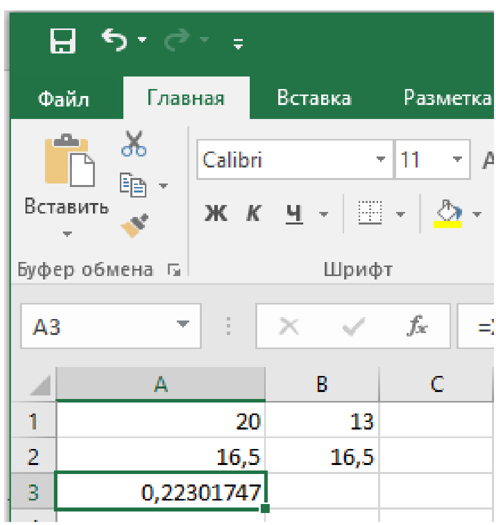


Рис.14. Итоговый экран расчета достоверности различий

Поскольку величина вероятности случайного появления анализируемых выборок (0,22301747) *больше* уровня значимости (α = 0,05), то нулевая гипотеза не может быть отвергнута. Следовательно, различия между выборками *недостоверны* и носят случайный характер. Поэтому на основании применения критерия хи-квадрат можно сделать вывод о том, что в двух группах занимающихся не выявлены достоверных отличий по успешности обучения (p>0,05). Таким образом, и в этом случае различия между показателями занимающихся в экспериментальной и контрольной группах оказались *недостоверными*.

Корреляционный анализ. Корреляционный анализ состоит в определении степени связи между двумя случайными величинами X и Y. В качестве меры такой связи используется коэффициент корреляции. Коэффициент корреляции оценивается по выборке объема n связанных пар наблюдений (x_i, y_i) из совместной генеральной совокупности X и Y. Существует несколько типов коэффициентов корреляции, применение которых зависит от предположений о совместном распределении величин X и Y. Как указывалось в главе 5 для оценки степени взаимосвязи наибольшее распространение получили три вида коэффициентов (коэффициент ассоциации r_a, коэффициент ранговой корреляции Спирмена r_p, и коэффициент линейной корреляции (Пирсона) r, предполагающий *нормальный* закон распределения наблюдений при наличии количественных измерений. Рассмотрим здесь методику расчета коэффициента корреляции Пирсона.

Коэффициент корреляции Пирсона (r). Для того, чтобы рассчитать данный коэффициент в Excel необходимо сделать следующие шаги:

1. Внести значения для двух переменных в таблицу (например*, Признак 1 и Признак 2*);
2. Поставить курсор в пустую ячейку;
3. В строке формул нажать кнопку ***fx*** *(вставить формулу);*
4. В открывшемся окне «*Мастер функций*» в поле «Категории» выбирать **Полный алфавитный перечень;**
5. Затем в поле «*Выберите функцию*» найти функцию **КОРЕЛЛ** и нажать ОК;
6. В открывшемся окне «*Аргументы функции*» в поле Массив1 внести **номера ячеек**, содержащие значения Признака 1, в поле

Массив2 внести **номера ячеек**, содержащие значения Признака 2 и нажать ОК;

7. Посмотреть полученные результаты и сделать вывод о характере взаимосвязи. Как указывалось в главе 5 коэффициент корреляции изменяется от -1 (строгая обратная линейная зависимость) до 1 (строгая прямая пропорциональная зависимость). При значении 0 линейной зависимости между двумя выборками нет. Здесь под прямой зависимостью понимают зависимость, при которой увеличение или уменьшение значения одного признака ведет, соответственно, к увеличению или уменьшению второго. Если коэффициент ранговой корреляции (r_p) по абсолютной величине (без учета знака) больше, чем 0,95, то принято считать, что между параметрами существует практически линейная зависимость (прямая — при положительном r и обратная — при отрицательном r), если коэффициент корреляции меньше 0,3, то считается, что связь *слабая*, при коэффициенте от 0,31 до 0,69 - *средняя* связь и при значениях коэффициента от 0,70 до 1,0 – *сильная*.

Для расчета коэффициента корреляции Пирсона обратимся к результатам таблицы 11, приведенной в разделе 5.3 и внесем их в таблицу Excel (рис. 15).

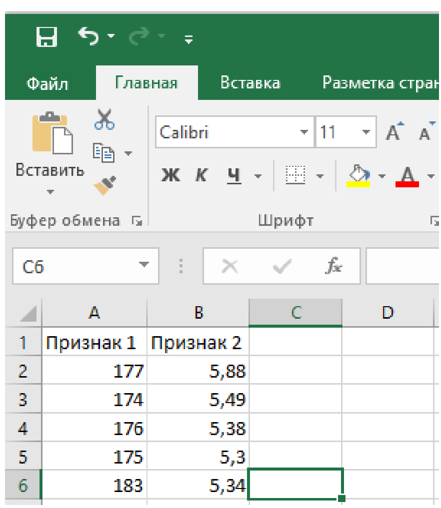


Рис. 15. Результаты признака 1 и признака 2

Далее нужно выполнить шаги 2-5 и в открывшемся окне *«Аргументы функции»* внести диапазон данных Признаков 1 (рост) и 2 (значения максимального потребления кислорода VO_2) (рис. 16).

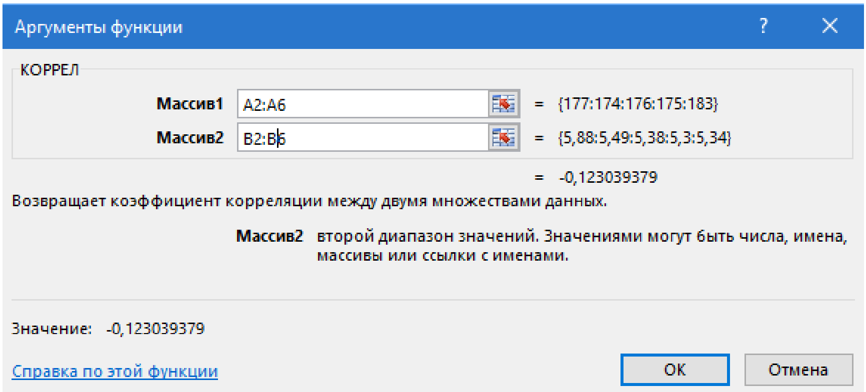


Рис. 16. Окно ввода данных диапазона Признака 1 и Признака 2

После заполнения этого окна щелкнуть по кнопке ОК и в выбранной ячейке (в нашем примере С6) появится значение коэффициента корреляции -0,123039379 (рис. 17).

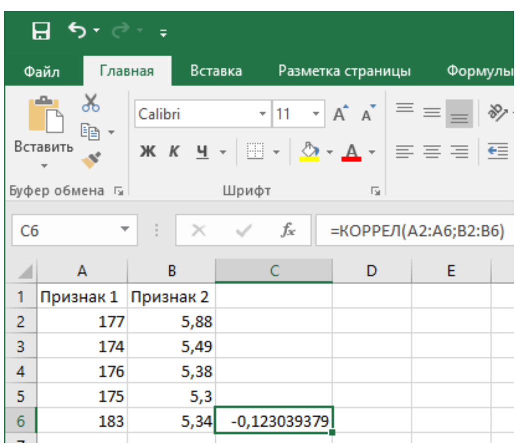


Рис.17. Значение рассчитанного коэффициента корреляции

Как видно из полученного результата определение коэффициента корреляции между ростом лыжников и их максимальным потреблением кислорода обнаружена слабая отрицательная зависимость (-0,123039379), что полностью соответствует данным ручных расчетов, приводимых в разделе 5.3.

Графическое представление результатов исследований MS Excel. Для более наглядного представления табличных данных часто используют диаграммы и графики. Средства программы Excel позволяют создать диаграмму, основанную на ряде данных из электронной таблицы, и разместить ее в той же рабочей книге. Рядом данных называют группу ячеек в пределах отдельной строки или столбца. На одной диаграмме можно отображать несколько рядов данных. Диаграмма представляет собой вставной объект, внедренный на один из листов рабочей книги. Она может располагаться на том же листе, на котором находятся данные, или на любом другом месте. Диаграмма сохраняет связь с данными, на основе которых она построена, и при их обновлении этих данных немедленно меняет свой вид.

Проще всего построить диаграмму, если заранее выделить необходимый фрагмент таблицы. Лучше, если в левом столбце содержатся названия строк, а в первой строке – названия столбцов. Например, если мы хотим создать гистограмму динамики изменения силы кисти в течение нескольких месяцев в 5 «а» и 5 «б» классах, то таблица должна выглядеть следующим образом (рис. 18).

	A	B	C
1	Динамика развития силы кисти		
2	Классы	8 "А"	8 "Б"
3	Сентябрь	23	28
4	Октябрь	30	32
5	Ноябрь	36	40
6	Декабрь	32	35

Рис. 18. Пример оформления таблицы

Как видно из рис. 18 в таблице, представлены данные «Динамики изменения силы кисти». При этом в левом столбце содержатся названия строк (сентябрь, октябрь, ноябрь, декабрь), а в первой строке – названия столбцов (классы, «8 А», «8 Б»). Далее для построения диаграммы используются инструменты в группе «Диаграммы» во вкладке «ВСТАВКА».

При выборе типа и вида диаграмм немаловажное значение приобретает характер представленных в таблице данных. Excel 2013 позволяет выбрать один из наиболее соответствующих типов диаграмм (гистограмма, линейчатая диаграмма, график, круговая диаграмма, лепестковая диаграмма). Каждый из предлагаемых типов диаграмм, предназначен для решения конкретных задач и эффективного представления данных, несущих различную смысловую нагрузку. Рассмотрим характерные типы диаграмм, позволяющие наиболее адекватно представить полученные результаты научных исследований.

Гистограммы, как правило, используются для анализа изменений различных показателей с течением времени. В таких диаграммах в качестве маркеров (графического элемента представления точки данных) используются вертикальные столбцы, обозначающие величины конкретных показателей в определенный момент времени (рис. 19).

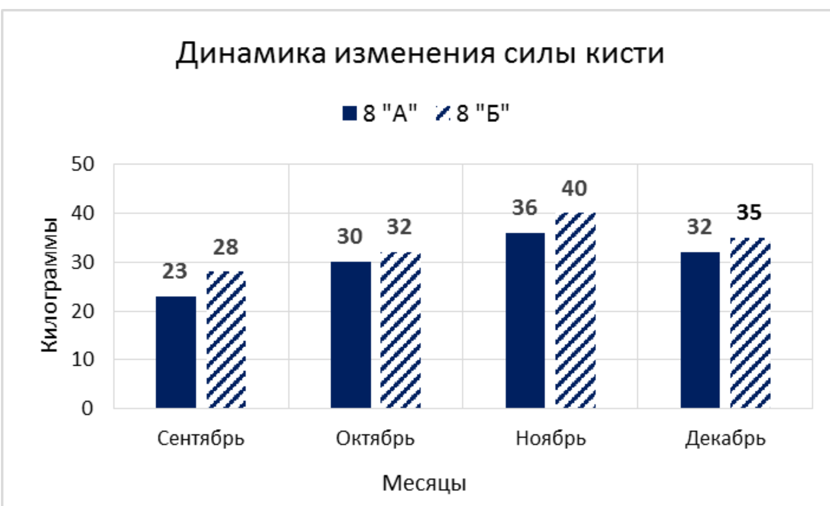


Рис. 19. Гистограмма развития силы кисти

Линейчатые диаграммы аналогичны гистограммам, за исключением того, что осью категорий является вертикальная ось (Y), а осью значений – горизонтальная ось (X). Они удобны при сопоставлении значений различных показателей в определенный момент времени, например, показателей успеваемости студентов (учащихся) за сессию или четверть. Линейчатые диаграммы показывают положительные или отрицательные отклонения от некоторой величины. Этот тип диаграмм, как правило, не используется для представления изменений каких-либо величин по времени (рис. 20).

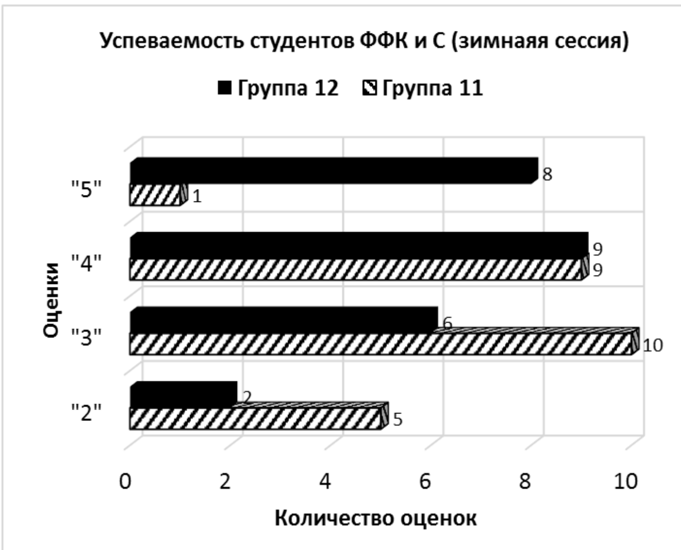


Рис. 20 Линейчатая диаграмма успеваемости студентов

Графики отображают зависимость данных (ось *Y*) от величины, которая меняется с постоянным шагом (ось *X*). Поэтому они очень удобны при демонстрации тенденций изменения какого-либо показателя с течением времени, например, частоты сердечных сокращений (ЧСС) в течение занятия. Обычно в графике используются данные не более трех-четырех рядов измерений (рис. 21).

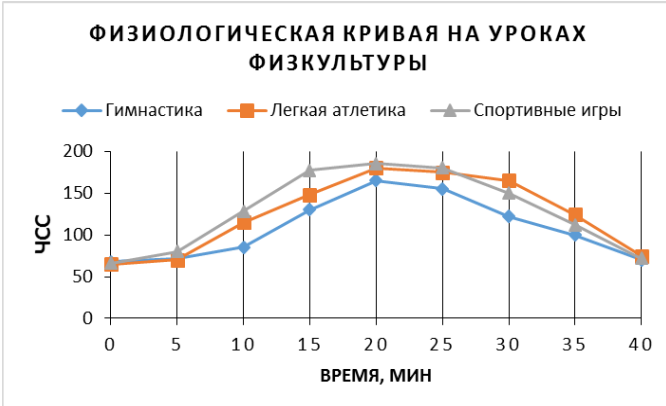


Рис. 21. График данных пульсометрии на различных уроках

Круговые диаграммы показывают соотношение частей, которые в сумме составляют 100%. Их можно построить только по одному ряду данных. Секторы круговой диаграммы можно выдвигать из общего круга, снабжать надписями или числами процентного соотношения (рис. 22).

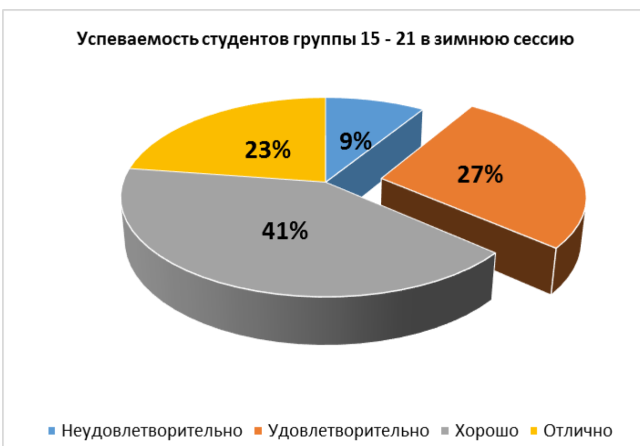


Рис. 22. Круговой график успеваемости студентов

Остальные типы диаграмм дополняют рассмотренные выше. Они зачастую менее информативны или более трудны для восприятия, например, лепестковые диаграммы.

Созданные диаграммы, независимо от способа их построения можно редактировать и форматировать, используя средства программы Excel. Так, например, можно перемещать диаграмму, изменять ее размеры. Чтобы переместить диаграмму, выделите ее щелчком мыши. Вокруг области диаграммы появится рамка с квадратными маркерами. Установите указатель мыши внутри рамки и, нажав левую клавишу мыши, перетащите диаграмму на новое место.

Если на выделенной диаграмме щелкнуть правой клавишей мыши, появится контекстное меню, позволяющее выполнять ряд операций («Вырезать», «Копировать», «Вставить» и др.). При выделении диаграммы, рядом справа с выделенной диаграммой появляются три кнопки: «Элементы диаграммы», «Стили диаграммы» и «Фильтры диаграммы». Щелкнув по этим кнопкам можно раскрыть дополнительное меню, используя инструменты которого произвести соответствующие операции над выделенной диаграммой: ввести недостающие или поправить существующие надписи, изменить цвет линий, фона, единицы измерений и шага по осям и т.д. Для редактирования отдельных элементов диаграммы предварительно их также необходимо выделить, подводя стрелку мыши и нажав на левую клавишу.

В заключение отметим, что построение диаграммы в Excel 2013 возможно автоматически за счет интеллектуальных свойств без каких-либо пользовательских корректировок. Рассмотрим вариант создания диаграммы в этом режиме, используя для этого таблицу данных, приведенных на рис. 18.

Порядок создания диаграммы в автоматическом режиме следующий.

1. Выделите таблицу, включая заголовки столбцов.
2. Перейдите на вкладку «ВСТАВКА».
3. В группе «Диаграммы» нажмите кнопку «Рекомендуемые диаграммы». Появится диалоговое окно «Вставка диаграммы» (рис. 23).

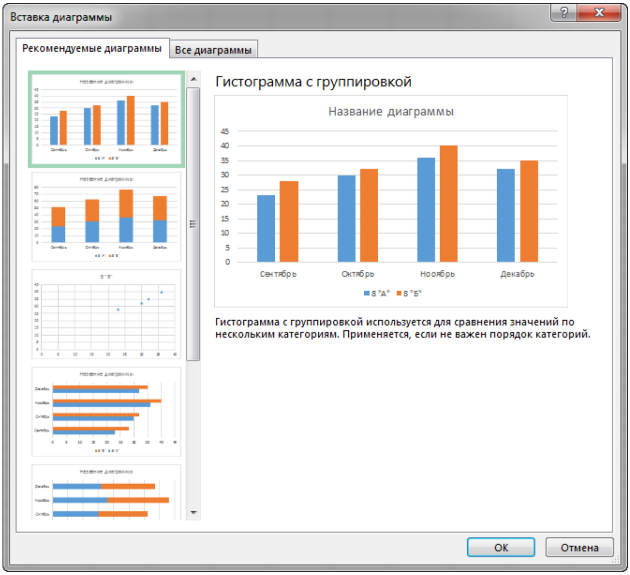


Рис. 5.19. Окно «Вставка диаграммы»

В появившемся диалоговом окне приводится вид диаграммы в том виде, в котором она будет отображаться на листе. Значения диаграммы, приведенной в диалоговом окне «Вставка диаграммы», соответствует значениям выделенной таблицы. В списке, расположенном в левой части диалогового окна «Вставка диаграммы», приведены графические образцы типов рекомендуемых диаграмм. По умолчанию выбран тип «Гистограммы с группировкой», наиболее соответствующей данным, приведенным в таблице (см. рис.5.14).

Несмотря на то, что программа Excel 2013 обладает большими возможностями для обработки статистических данных, в последние годы для этой цели используются специализированные программы как Statistica, SPSS и др.

6.3. Возможности программного пакета *AtteStat* по математико-статистической обработке полученных результатов

Как уже говорилось в разделе 6.1 программное обеспечение *AtteStat* использует интерфейс электронных таблиц MS Excel. Поддерживаются только 32-разрядные версии электронных таблиц версий от 97 до 2010 включительно, функционирующие под управлением 32- и 64-разрядных версий операционных систем Microsoft Windows версий от 98 до 7 (для 32- и 64-разрядных систем подготовлены различные дистрибутивы *AtteStat*). Для работы с программным обеспечением *AtteStat* запустите электронные таблицы. При установленном программном обеспечении *AtteStat* меню в MS Excel 2013 станет выглядеть примерно так, как на рис. 23. При этом доступ к приложению появляется при переходе на ленту *Надстройки.*

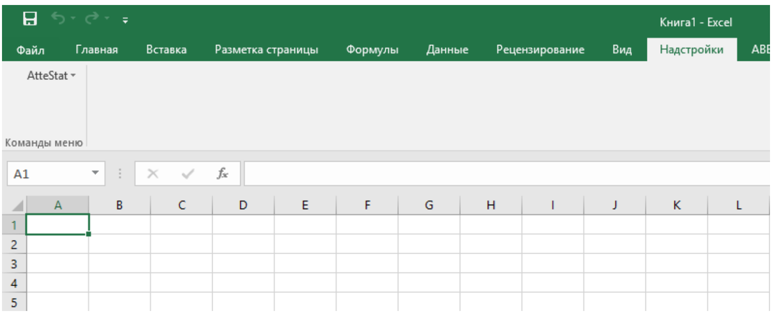


Рис. 23. Рабочее окно MS Excel 2013 с пакетом *AtteStat*

В MS Excel 2007 программа *AtteStat* появляется. При нажатии на кнопку *AtteStat* раскрывается меню, позволяющее выбрать необходимый модуль (рис.24).

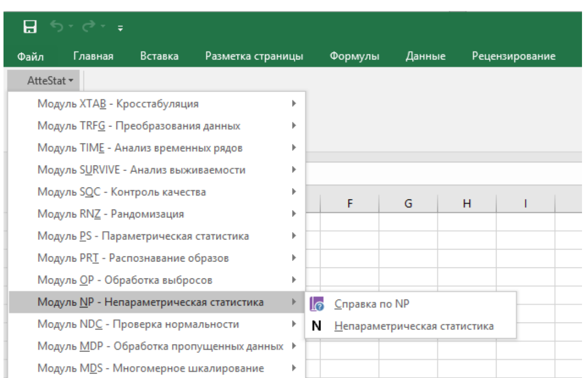


Рис.24. Меню AtteStat в MS Excel 2013

Таким образом, работа в программе *AtteStat* обычно сводится к следующему. Из меню программы выбирается добавленный программным обеспечением пункт, например, модуль «Непараметрическая статистика», затем нужный для расчета раздел. После чего на экране появляется диалоговое окно, подобное, изображенному на рис.25.

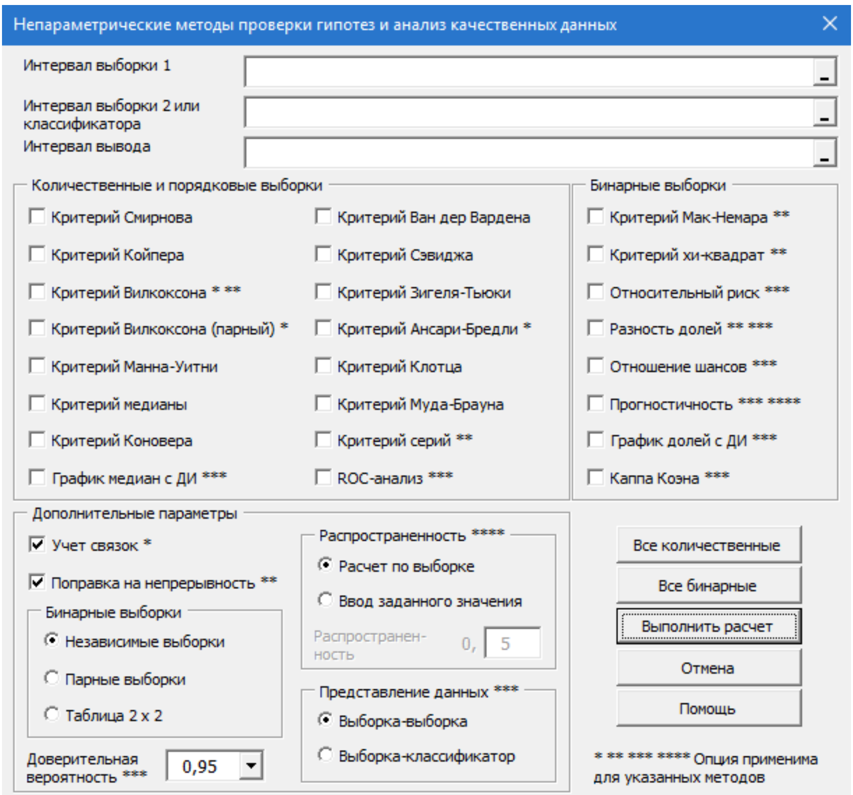


Рис.25. Диалоговое окно для проведения расчетов

Дальнейшие действия пользователя зависят от требований соответствующих методов. От пользователя обычно требуется указать интервал исходных данных и интервал вывода

В программном пакете *AtteStat* практически имеются все рассмотренные в первой части учебного пособия критерии и способы анализа полученных результатов. Поэтому остановимся на методике расчетов по некоторым из них. Как известно большинство критериев, используемых в статистике при анализе количественных данных требуют предварительной проверки *нормальности* распределения. Поэтому рассмотрим методику определения нормальности распределения на основе критерия ***Шапиро-Уилка*** и его модернизированного вида ***Шапиро-Франсиа***. Для этого внесем в таблицу MS Excel конкретные данные экспериментальной группы из табл. 1 данного пособия. После этого щелкнем по пункту *AtteStat* и в открывшемся меню выберем модуль «Проверка нормальности». В открывшемся диалоговом окне поставим галочки в квадратиках напротив критериев Шапиро-Уилка и Шапиро-Франсиа, в поле «Интервал выборки» внесем диапазон данных экспериментальной группы A2:A9, а в поле «Интервал вывода» B2 (рис.26).

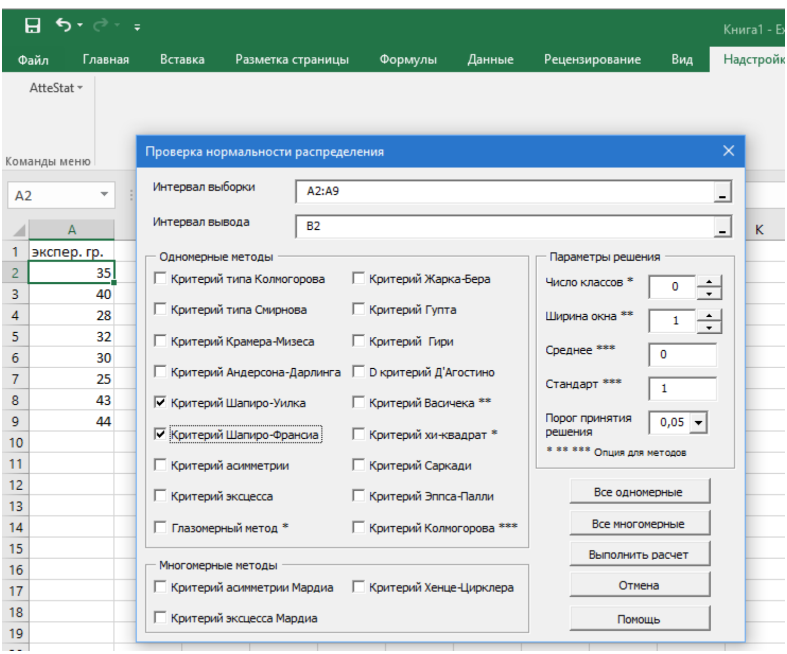


Рис.26. Окно для определения нормальности распределения

После этого нужно нажать на кнопке «Выполнить расчет» этого окна и начиная с ячейки B2 появятся результаты определения нормальности распределения для данной выборки (рис.27).

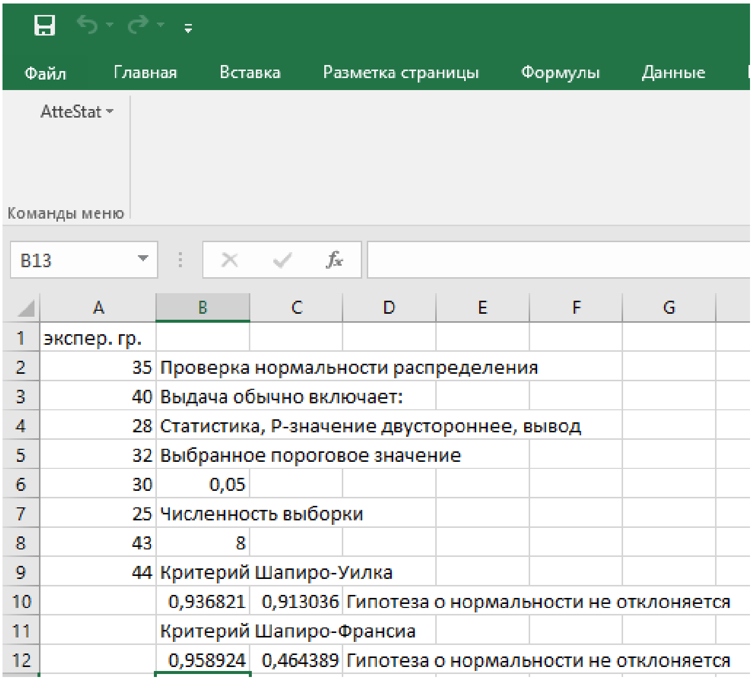


Рис.27. Экран с данными проверки нормальности распределения

Как видно из рис.27 результаты проверки показали, что данные экспериментальной группы соответствуют нормальному распределению, что подтверждает расчет нормальности распределения по правилу трех сигм и дает право на использование соответствующих критериев и способов анализа требующих нормального распределения.

Параметрические критерии. Для использования расчета достоверности различий между эмпирическими данными в программном пакете *AtteStat* предварительно необходимо ввести эмпирические данные в таблицу MS Excel. Это могут быть независимые или зависимые (парные) результаты. Но как говорилось выше для использования параметрических критериев нужно проверить *нормальность* распределения полученных результатов. При демонстрации возможностей программного пакета *AtteStat* для расчета достоверности различий используем результаты, представленные в первой части учебного пособия в табл.1. Итак, внесем эти результаты в таблицу MS Excel, после этого щелкнем левой клавишей мыши по названию *AtteStat* и из меню программы выберем модуль «Параметрическая статистика». На экране появится диалоговое окно, показанное на рис.28.

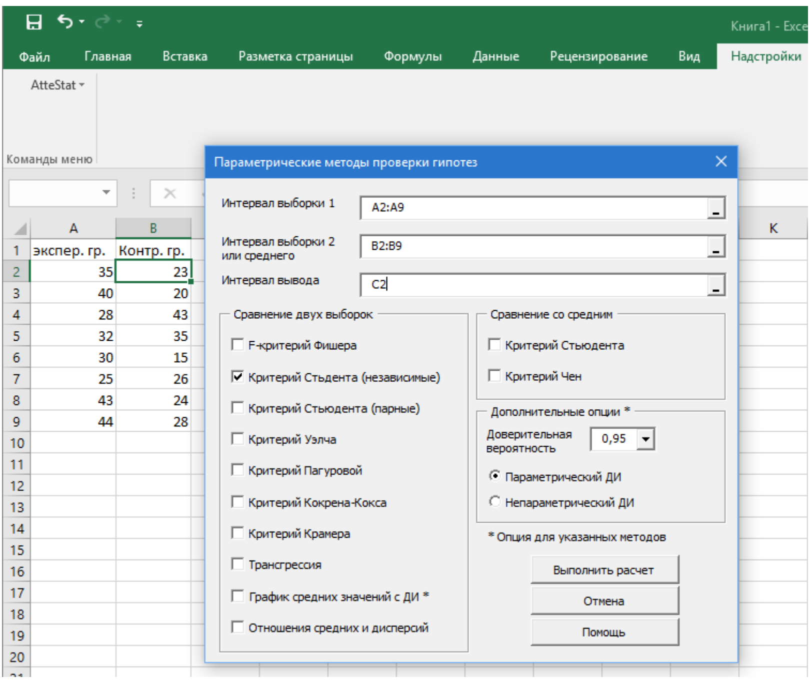


Рис.28. Диалоговое окно «Параметрическая статистика»

В этом окне выбираем пункт «Критерий Стьюдента (независимые)», то есть устанавливаем галочку в квадратике напротив этого пункта, затем в поле «Интервал выборок 1» вносим данные экспериментальной группы (диапазон A2:A9), в поле «Интервал выборок 2» вносим результаты контрольной группы (диапазон ячеек B2:B9), а в поле «Интервал вывода» вносим C2, после этого щелкаем по кнопке «Выполнить расчет» данного окна. По окончании выполнения вычислений будет, начиная с первой ячейки выходного интервала C2, выводится название статистического критерия, значение статистики критерия, вычисленное *P*-значение одностороннее и *P*-значение двустороннее (рис.29).

Каким же образом можно интерпретировать эти данные. Считается, когда исследователь имеет достаточное количество данных, позволяющих предсказать в альтернативной гипотезе направление различий (например, доля желательных эффектов в опытной группе не просто отличается от доли в контрольной группе, а превышает ее), используется *односторонний критерий*. В противном случае (доля эффектов в опытной группе просто отличается от доли в контрольной группе) используется *двусторонний критерий*. Даже если интересующее различие должно быть в одностороннем направлении, исследователю рекомендуется подстраховаться от неожиданных результатов, выполнив *двусторонний тест*.

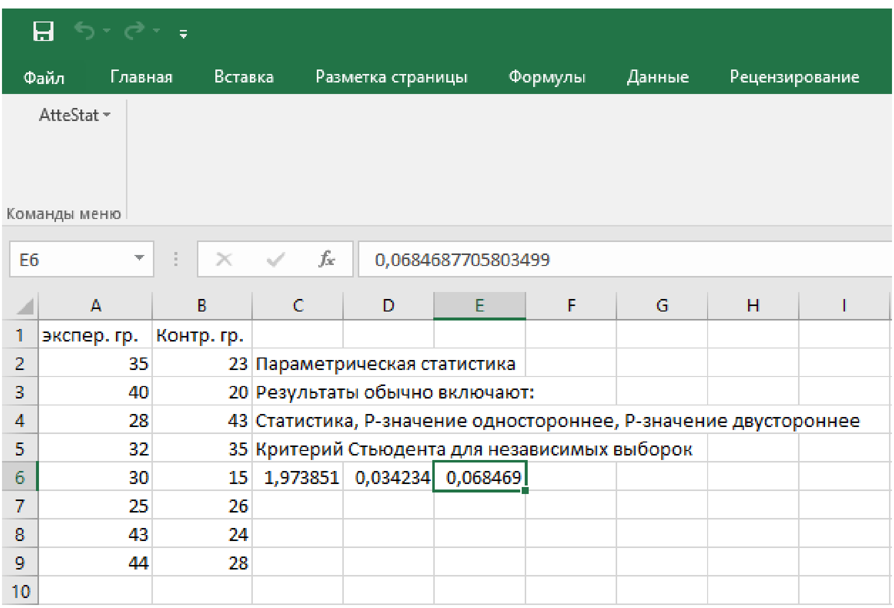


Рис.29. Итоговый экран расчета достоверности различий

Исходя из вышесказанного, для своих выводов используем *Р-значение двустороннее*, которое равно 0,068469, так как это значение превосходит, то есть *больше* уровня значимости (α = 0,05), то различия между полученными результатами считаются *недостоверными* (Р>0,05), что подтверждает данные расчетов, проведенных вручную и с помощью функции ***ТТЕСТ.***

Аналогичным образом выполняется расчет достоверности различий для *зависимых* результатов, но в этом случае в диалоговом окне (см. рис.28) галочку нужно поставить в квадратике напротив пункта «Критерий Стьюдента (парные)».

Непараметрические критерии. Программное обеспечение *AtteStat* реализует непараметрические методы проверки статистических гипотез и методы анализа качественных (бинарных) данных. Все непараметрические критерии проверки гипотез, в зависимости от их конструкции, могут принадлежать к одному из следующих типов:

- ранговые критерии (рангом называют номер варианты в ряду упорядоченных по возрастанию или убыванию вариант);
- критерии, основанные на сравнении функций распределения;
- точные критерии.

Представленное разделение критериев на типы очень условно и часто относится только к реализации, лучше говорить о тестируемых параметрах. К ранговым критериям рассматриваемого класса, представленным в программе, относятся:

- критерий Вилкоксона для независимых выборок,
- критерий Вилкоксона для связанных выборок,
- критерий Манна–Уитни,
- критерий Ван дер Вардена,
- критерий Сэвиджа,
- критерий Ансари–Бредли,
- критерий Клотца,
- критерий Зигеля–Тьюки,
- критерий Коновера,
- медианный критерий Муда–Брауна.

Данные критерии называются ранговыми, так как они оперируют не численными значениями вариант, а их рангами. Сначала производят совместное ранжирование сравниваемых выборок. Данная процедура может быть организована различными способами, однако предпочтительным в смысле простоты понимания процесса и его реализации является объединение двух сравниваемых выборок, их сортировка, ранжирование по требуемой схеме и последующее разнесение рангов на места соответствующих им вариант в обеих выборках. Если имеются совпадающие значения, совпавшим наблюдениям назначают средний ранг. Ранговые критерии могут применяться к признакам, измеренным в количественной или порядковой шкале. Применение ранговых критериев к количественным признакам фактически понижает исходную количественную шкалу до порядковой шкалы.

К критериям на основе функций распределения относятся:

- критерий Смирнова,
- критерий Лемана–Розенблатта,
- критерий Койпера.

Существует группа критериев на основе распределения X^2, предназначенная для анализа таблиц сопряженности, являющихся продуктом сопоставления эмпирических выборок.

Из критериев данного класса в программе *AtteStat* представлены:

- критерий Мак-Немара (для сопряженных бинарных выборок);
- критерий хи-квадрат (для независимых бинарных выборок);
- критерий медианы (для порядковых или количественных выборок).

К точным критериям относятся как критерии для таблиц сопряженности, являющихся продуктом анализа номинальных признаков, так и критерии первых других типов, для которых известно (и практически применимо) точное распределение статистик.

Перед применением любого статистического метода необходимо убедиться, что проверяется статистическая значимость различий именно тех параметров выборок, которые интересуют исследователя, а также в том, что метод соответствует шкале измерения исходных данных. В то же время обязательно следует учитывать такой субъективный фактор, как традиции в конкретных лабораториях, институтах или даже областях знаний. Понятно стремление исследователя использовать именно тот тест, которым пользуются его коллеги. Поэтому необходимо дать возможность пользователю использовать тест, к которому он привык и которому доверяет.

Рассмотрим некоторые примеры расчета достоверности различий, предусмотренных модулем «Непараметрическая статистка» в программном пакете *AtteStat*.

Критерий Вилкоксона Манна-Уитни. Как уже указывалось в разделе 3.5 *U*-критерий Манна–Уитни (Вилкоксона–Манна–Уитни) применяется для проверки однородности двух *независимых* совокупностей одинаковой или разной численности. Выборки могут принадлежать порядковой или количественной шкале. Наблюдения должны быть независимыми (непарными). Для примера используем результаты, приведенные в табл.3. Внесем их в ячейки MS Excel, после чего щелкнем по пункту *AtteStat* и выберем пункт «Непараметрическая статистика». В открывшемся диалоговом окне поставим галочку в квадратике напротив критерия Манна-Уитни и точку напротив строки «Независимые выборки», заполним поля интервалов (рис.30).

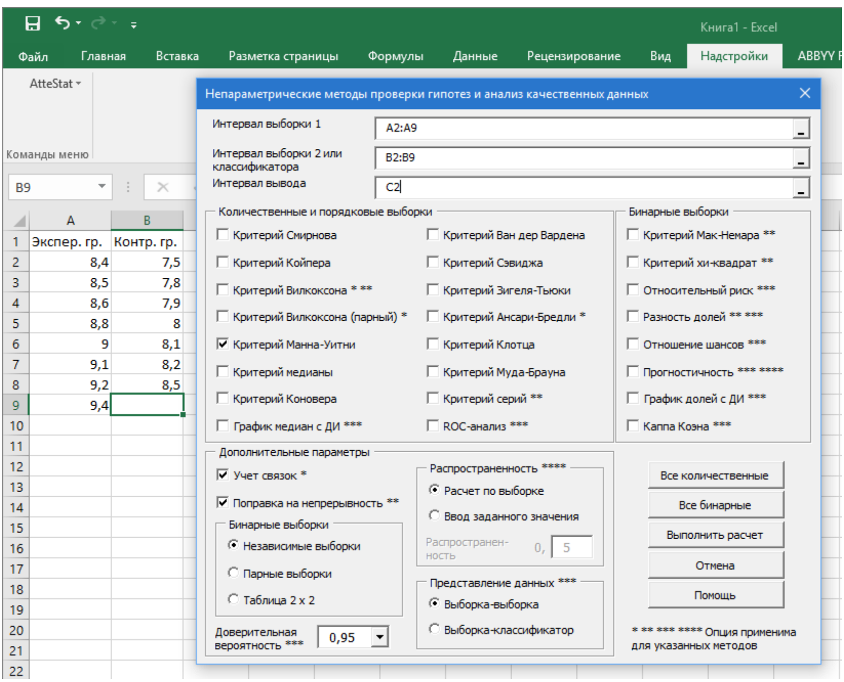


Рис.30. Диалоговое окно критерия Манна-Уитни

В поле «Интервал выборки 1» внесем диапазон ячеек с результатами экспериментальной группы (A2:A9), в поле «Интервал выборки 2» диапазон ячеек с результатами контрольной группы

(B2:B8), в поле «Интервал вывода» внесем C2. После этого нажмем на кнопку «Выполнить расчет» данного окна.

В итоге после выполнения расчета начиная с ячейки C2 появится информация о результатах. Выведено название статистического критерия, значение статистики критерия, двустороннее *P*-значение, которое равно 0,002164 (рис.31).

Для вывода о достоверности различий необходимо сравнить рассчитанное *P*-значение (двустороннее) с уровнем значимости (α = 0,05). Если окажется, что рассчитанное *P*-значение (двустороннее) *меньше* 0,05 (P<0,05), то различия считаются *достоверными*. И наоборот, если рассчитанное *P*-значение (двустороннее) *больше* 0,05 (P>0,05), то различия между полученными результатами считаются *недостоверными*. Так как для нашего примера *P*-значение (двустороннее) оказалось *меньше* 0,05 (P<0,05), то есть 0,002164<0,05, то различия между полученными результатами в экспериментальной и контрольной группах считаются *достоверными*, а стало быть можно говорить о большей эффективности экспериментальной методики обучения гимнастическому упражнению, что подтверждают и результаты расчета, выполненного вручную в разделе 3.5.

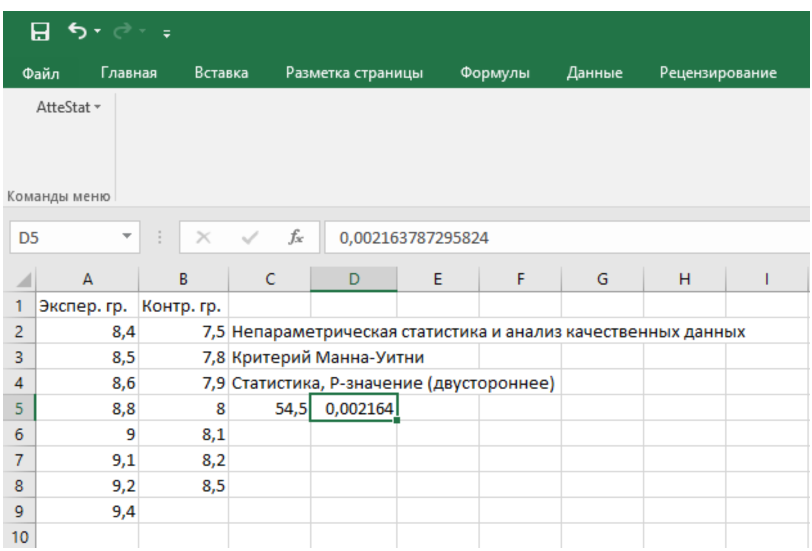


Рис.31. Итоговый экран расчета достоверности различий

Аналогичным образом производятся расчеты по другим ранговым критериям с учетом характера (независимые или зависимые) результатов. Однако здесь хотелось бы еще остановиться на методике расчета достоверности различий по методике, предназначенной для обработки так называемых четырехпольных (четырехклеточных) таблиц, или таблиц 2 x 2. В данном случае программное обеспечение *AtteStat* позволяет производить расчет достоверности различий по двум критериям: критерий ***Мак-Немара*** и критерий ***хи-квадрат***.

Критерий ***Мак-Немара*** применяется для проверки нулевой гипотезы о том, отобраны ли две исследуемые *попарно сопряженные* бинарные выборки из генеральных совокупностей с одинаковой частотой встречаемости изучаемого эффекта. Анализируемые выборки должны принадлежать дихотомической шкале измерения, то есть состоять только из нулей и единиц, причем нуль означает отсутствие признака, а единица означает наличие признака.

Критерий ***хи-квадрат*** применяется для проверки нулевой гипотезы о том, отобраны ли две исследуемые *независимые* бинарные выборки из генеральных совокупностей с одинаковой частотой встречаемости изучаемого эффекта.

Для ввода готовой таблицы 2 x 2 в настоящем программном обеспечении в качестве *первого* столбца составленной пользователем таблицы указывается «Интервал выборки 1», в качестве *второго* столбца «Интервал выборки 2».

Критерий *Мак-Немара*. Покажем методику расчета достоверности различий между полученными результатами, используя критерий ***Мак-Немара***, пользуясь *примером 2* из раздела 4.4. Итак, вносим полученные результаты в таблицу MS Excel. В столбец A – данные левого (первого) столбца таблицы 2x2, в столбец B – данные правого (второго) столбца таблицы 2x2. После этого щелкнем по пункту *AtteStat* и выберем пункт «Непараметрическая статистика». В открывшемся диалоговом окне поставим галочку в квадратике напротив критерия Мак-Немара и точку напротив строки «Таблица 2x2» и заполним соответствующие поля (рис.32).

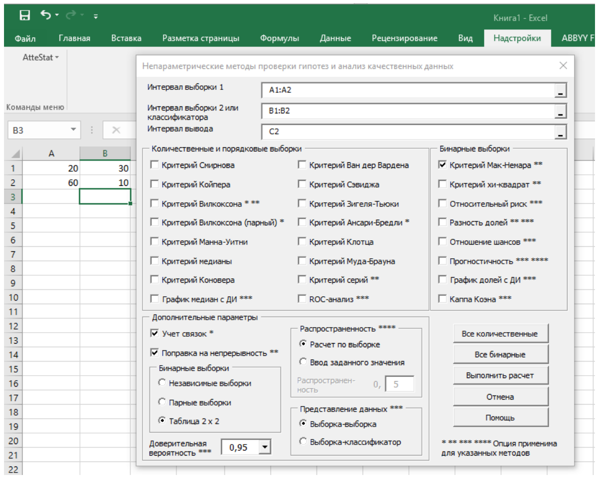


Рис.32. Диалоговое окно для критерия Мак-Немара

В поле «Интервал выборки 1» указываем диапазон ячеек A1:A2, в поле «Интервал выборки 2» соответственно B1:B2, а в поле «Интервал вывода» указываем адрес ячейки C2. После ввода всех данных в диалоговое окно щелкаем по кнопке «Выполнить расчет» и получаем результаты расчета (рис.33).

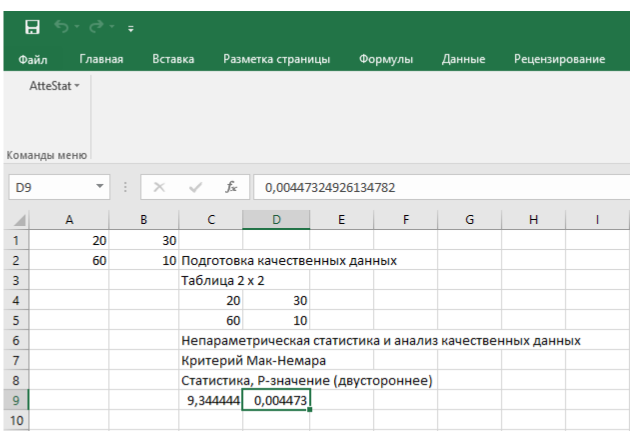


Рис.33. Итоговый экран расчета по критерию Мак-Немара

На экран выводятся: название статистического критерия, значение статистики критерия, *P*-значение (двустороннее), которое равно 0,004474. Так же, как и в предыдущем примере для вывода о достоверности различий необходимо сравнить рассчитанное *P*-значение (двустороннее) с уровнем значимости (α = 0,05). Если окажется, что рассчитанное *P*-значение (двустороннее) *меньше* 0,05 (P<0,05), то различия считаются *достоверными*. И наоборот, если рассчитанное *P*-значение (двустороннее) *больше* 0,05 (P>0,05), то различия между полученными результатами считаются *недостоверными*. Так как в нашем случае *P*-значение (двустороннее) оказалось *меньше* 0,05 (P<0,05), то есть 0,004474<0,05, то различия между полученными результатами в экспериментальной и контрольной группах считаются *достоверными*, что вполне согласуется с выводами, сделанными в разделе 4.4.

Критерий знаков. Данный критерий предназначен для проверки гипотезы о равенстве функций распределения. Критерий часто используется при сравнении эффективности двух различных способов воздействия *n* объектов обычно для связанных выборок. Выборки могут принадлежать порядковой или количественной (интервальная и отношений) шкале. В программе *AtteStat* данный критерий реализован в Модуле «Точные критерии». Под точностью здесь понимается возможность решения задачи с установленными ограничениями и принятыми допущениями используемой статистической модели. В данном модуле собраны непараметрические методы проверки гипотез, отличительной особенностью которых является точное вычисление *P*-значений статистик критериев.

Последовательность действий для расчета достоверности различий на основе критерия знаков следующая. Предварительно необходимо внести результаты измерений в таблицу MS Excel, после чего щелкнуть по пункту *AtteStat* и пункт «Точные критерии». В открывшемся диалоговом окне необходимо заполнить интервалы сравниваемых выборок, ввести выходной интервал, выбрать нужный критерий и нажать на кнопку «Расчет». Для примера расчета используем данные табл.7 из раздела 4.2 (рис.34).

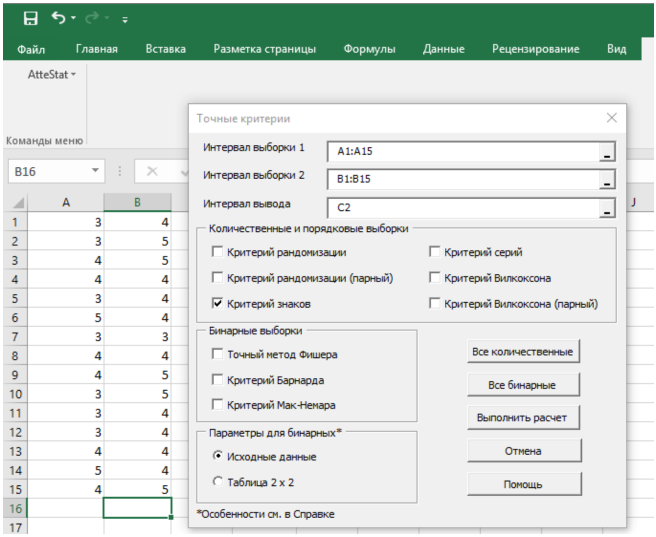


Рис.34. Заполнение диалогового окна для критерия знаков

В итоге, начиная с ячейки выходного интервала, появляются результаты расчета: название критерия, статистика и *P*-значение (двухстороннее), которые представлены на рис.35.

	A	B	C	D	E	F	G
1	3	4					
2	3	5					
3	4	5					
4	4	4					
5	3	4					
6	5	4					
7	3	3					
8	4	4					
9	4	5					
10	3	5					
11	3	4					
12	3	4					
13	4	4					
14	5	4					
15	4	5					
16	Критерий знаков						
17	Статистика, Р-значение (одностороннее), Р-значение (двустороннее)						
18	9	0,032715	0,06543				
19							

Рис.35. Результаты расчета критерия знаков

Как видно из результатов расчета значение статистики равно 9, а *P*-значение (двухстороннее) равно 0,06543, что больше 0,05. В этой связи следует сделать вывод о том, что различия между двумя связанными результатами оказались *недостоверными*, что вполне согласуется с выводом, сделанным на основе расчета выполненного вручную в разделе 4.2.

Корреляционный анализ. В программном обеспечении *AtteStat* есть возможность изучения меры связи между результатами, полученными по различным шкалам: количественным, порядковым, номинальным, смешанным, а также результатам, имеющим разнородные признаки. В разделе «***Корреляция количественных признаков***» представлены *коэффициент корреляционного отношения Пирсона*, применяемый для измерения тесноты связи при прямолинейной корреляции и *коэффициент корреляции Фехнера*. Коэффициенты ранговой корреляции, которые исследуют корреляцию порядковых признаков (рангов), пусть и полученных из признаков количественных (путем применения операции присвоения рангов), помещены в раздел «***Корреляция порядковых признаков***». В данном разделе рассмотрены методы исследования связи типа корреляции признаков, измеренных в порядковой шкале, либо признаков, приведенных к порядковой шкале, (ранговой корреляции). В программе даются: показатель *ранговой корреляции Спирмэна* и *коэффициент ранговой корреляции Кендалла*. В разделе «***Корреляция номинальных признаков***» представлены методы исследования связи типа корреляции для признаков, измеренных в номинальной шкале либо приведенных к номинальной шкале. Здесь рассматриваются коэффициенты *Рассела-Рао* и *Бравайса.* В разделе «***Корреляция признаков, измеренных в различных (смешанных) шкалах***» рассматриваются *коэффициент Гауэра и Точечно-бисериальная корреляция*, позволяющая исследовать корреляцию в некоторых частных случаях. Еще одной интересной возможностью программы является исследование корреляции разнородных признаков.

В программном пакете *AtteStat* после ввода соответствующих данных в таблицу MS Excel проведение корреляционного анализа осуществляется на основе диалогового окна, которое открывается после щелчка по пункту *AtteStat*, далее выбирается пункт меню *Корреляционный анализ* (рис.36). В этом окне в зависимости от того, между какими результатами будет производиться корреляционный анализ (количественными, порядковыми, номинальными (качественными), нужно выбрать соответствующий вид коэффициента (показателя). Так, например, если мы хотим изучить взаимосвязь между количественными результатами, то в разделе «Для количественных признаков» ставим точку в кружочке напротив названия «Коэффициент корреляции Пирсона» и т.д.

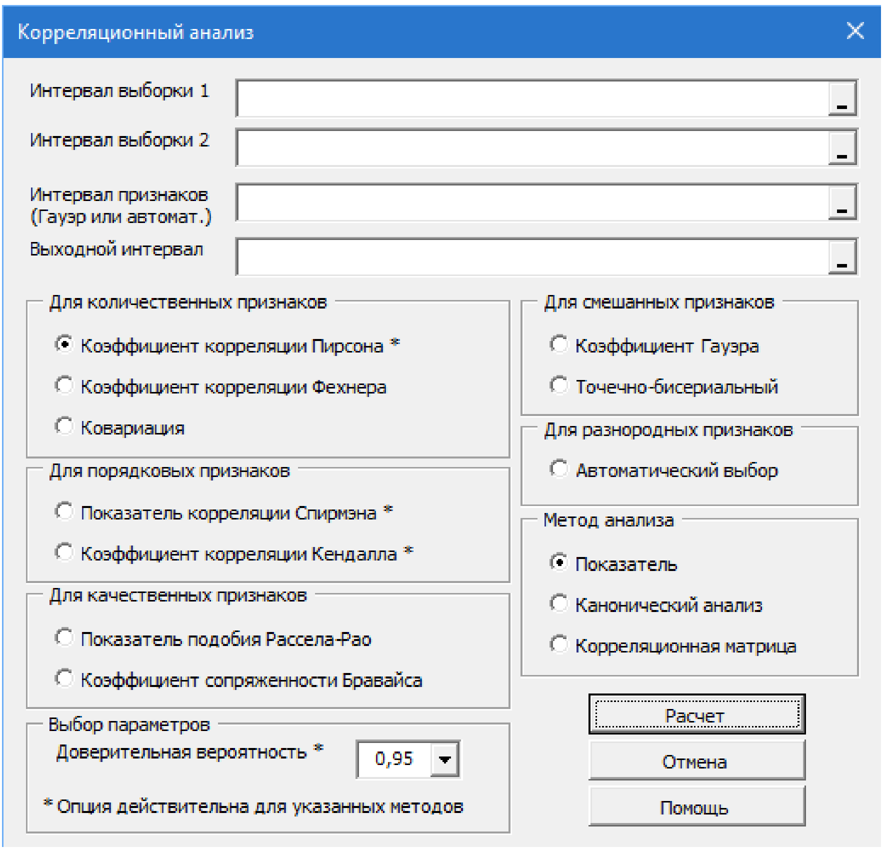


Рис.36. Диалоговое окно Корреляционный анализ

После заполнения соответствующих полей нужно нажать по кнопке «Расчет» и в ячейке, обозначенной в поле «Выходной интервал», появится информация о результатах анализа.

Покажем возможности расчета коэффициента корреляции рангов Спирмена, использовав данные, приведенные в разделе 5.2. Внесем эти данные в таблицу MS Excel. После этого откроем диалоговое окно «Корреляционный анализ» согласно команде, приводимом выше: *AtteStat* → *Корреляционный анализ*. В открывшемся диалоговом окне щелкнем по кружочку напротив строки «Показатель корреляции Спирмена» в разделе «Для порядковых признаков». Заполним поля «Интервал выборки 1», «Интервал выборки 2» и «Выходной интервал», после чего нажмем на кнопку этого окна «Расчет» (рис.37).

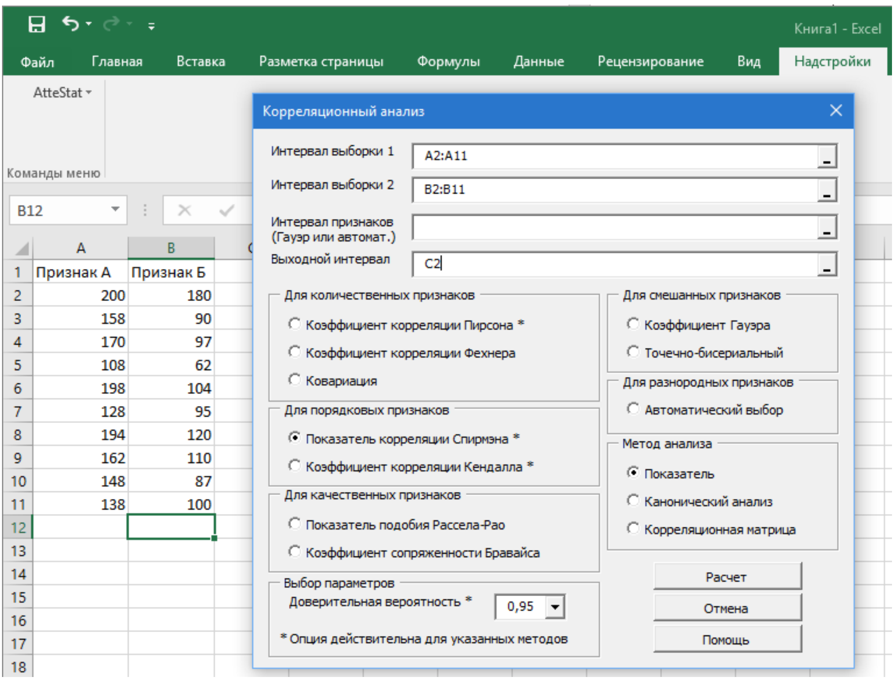


Рис.37. Диалоговое окно «Показатель корреляции Спирмена»

После нажатия на кнопку «Расчет» в указанной ячейке в поле «Выходной интервал» появляются результаты расчета (рис.38).

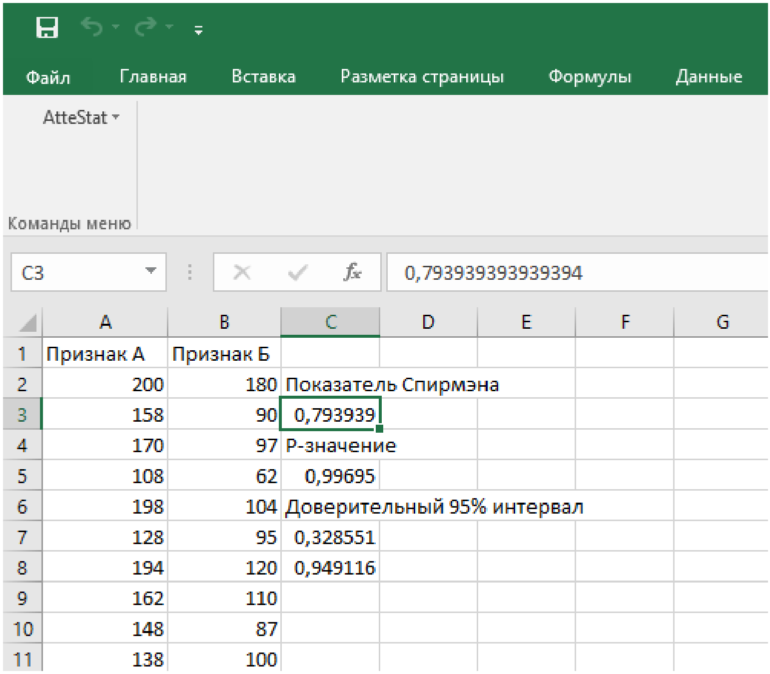
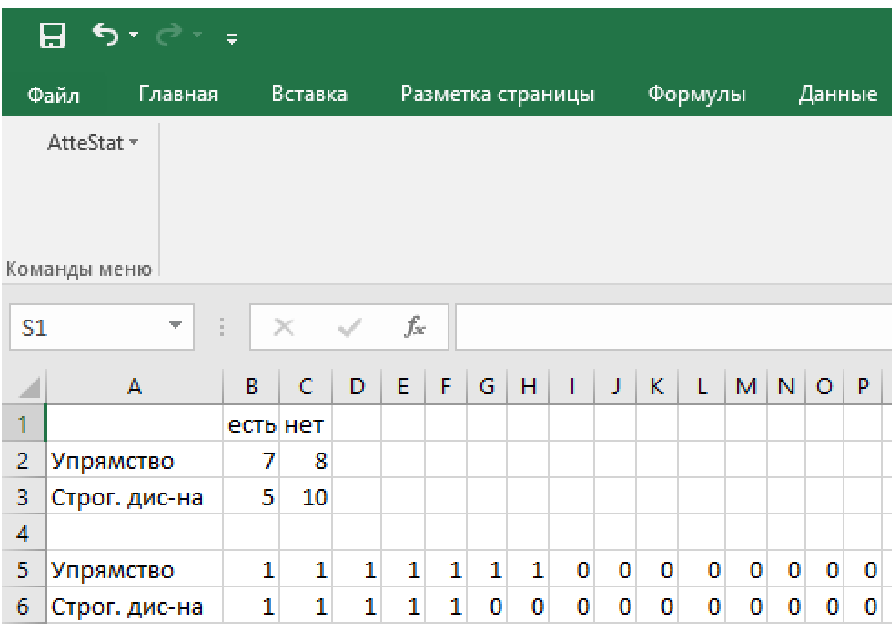


Рис.38. Экран с результатами расчета

Как видно из рис.38 начиная с выходной ячейки С2 представлены результаты анализа: название (Показатель Спирмена), рассчитанный коэффициент (0,792939), что подтверждает сильную положительную связь между показателями признака А и признака В. Как видно из этих расчетов они подтвердили расчеты сделанные вручную в разделе 5.2.

Расчет коэффициента сопряженности Бравайса. Если расчеты коэффициентов для количественных и порядковых измерений понятны и их легко выполнить на примере расчета коэффициента Спирмена, то расчет коэффициента сопряженности (ассоциации) требует специального рассмотрения. При расчете коэффициента Спирмена или Пирсона в появившемся диалоговом окне мы вводили диапазоны имеющихся выборок, представленных в таблице MS Excel, а при расчете коэффициента сопряженности нужно каждую выборку представить в виде 0 – признак отсутствует и 1- признак имеется.

Покажем методику расчета коэффициента сопряженности на примере расчета коэффициента ассоциации, описанного в разделе 5.1, где изучалась взаимосвязь между двумя признаками: «Упрямство» и «Строгая дисциплина» и получены результаты: «Упрямство» есть – 7, нет – 8 человек из 15; «Строгая дисциплина» есть – 5, нет – 10, тоже 15 значений. Итак, внесем предварительно в таблицу MS Excel эти данные. Затем разложим их в соответствии с требованием 0 – признак есть, 1 – признака нет. Таким образом, в строке «Упрямство» (первый признак) у нас должно быть 7 единиц и 8 нулей, которые должны занимать 15 ячеек таблицы MS Excel. В строке «Строгая дисциплина», (второй признак), единиц должно 5, то есть признак «есть» и 10 нулей, то есть признака «нет» (рис.39). После ввода этих данных в таблицу MS Excel нужно нажать на пункт *AtteStat* и появится диалоговое окно для заполнения интервалов выборок и определения критерия. В этом окне в качестве диапазонов интервалов нужно брать ячейки, в которых по каждому признаку приводятся 1 и 0 (рис.40). Заполнив это окно, нажимаем на кнопку «Расчет» и появятся результаты расчета (рис.41).



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
1		есть	нет													
2	Упрямство	7	8													
3	Строг. дис-на	5	10													
4																
5	Упрямство	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
6	Строг. дис-на	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Рис.39. Заполненное окно таблицы MS Excel

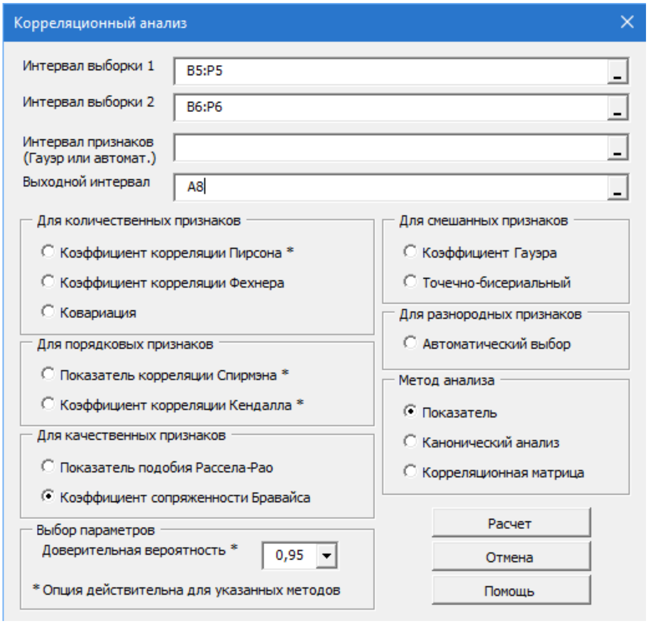


Рис.40. Диалоговое окно для коэффициента сопряженности

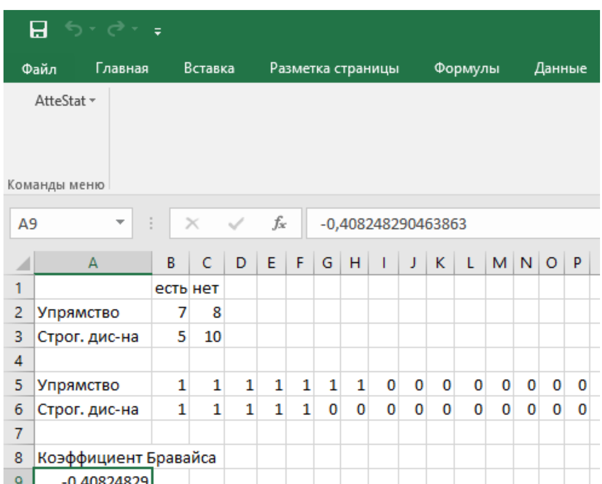
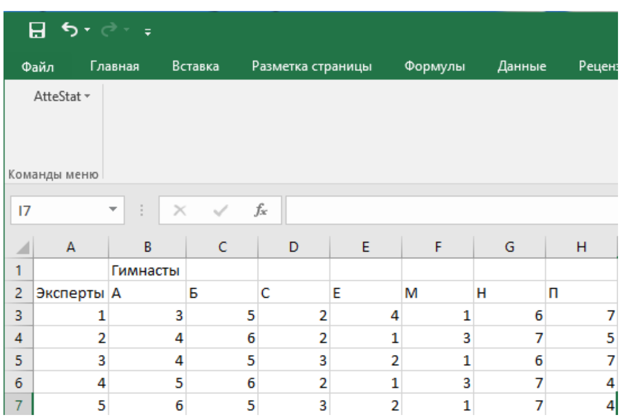


Рис.41. Экран MS Excel с результатами расчета коэффициента Бравайса

Как видно из результатов, приведенных на рис.48 между признаками «Упрямство» и «Строгая дисциплина» имеется слабая корреляционная зависимость.

Обработка экспертных оценок. В педагогических исследованиях, в том числе и в области физической культуры и спорта часто возникают вопросы, связанные с методами обработки экспертных оценок. В программном обеспечении *AtteStat* имеются различные методы таких оценок для решения следующих задач: 1) методы оценивания (метод парных сравнений Терстоуна и метод группового оценивания); 2) методы исследования согласованности мнений экспертов (метод расчета коэффициента конкордации и метод альфа Кемени); 3) методы получения коллективного мнения (метод средних рангов, метод медиана Кемени и метод среднее Кемени). Представленные методы отражают различные подходы к решению однотипных задач и при определенных условиях могут давать одинаковые результаты. Из рассмотренных выше методов в области физической культуры и спорта часто используется метод расчета коэффициента конкордации, описанного в разделе 5.6. Данный коэффициент предназначен для изучения согласованности мнений экспертов. С целью демонстрации расчета этого коэффициента используем данные табл. 16 из раздела 5.6. В таблицу MS Excel внесем данные из табл. 16. При этом в строках разместим экспертов, а в столбцах гимнастов, то есть объекты (рис.42).



	A	B	C	D	E	F	G	H
1		Гимнасты						
2	Эксперты	А	Б	С	Е	М	Н	П
3	1	3	5	2	4	1	6	7
4	2	4	6	2	1	3	7	5
5	3	4	5	3	2	1	6	7
6	4	5	6	2	1	3	7	4
7	5	6	5	3	2	1	7	4

Рис.42. Таблица для расчета коэффициента конкордации в MS Excel

После этого щелкнем по пункту *AtteStat* и строку меню «Обработка экспертных оценок». В появившемся диалоговом окне заполним поле «Интервал данных», который в данном случае будет соответствовать диапазону A3:H7 и поле «Интервал вывода» в виде адреса ячейки (A8). Так как в нашем примере объекты, то есть гимнасты расположены в столбцах, то в диалоговом окне необходимо выбрать кружочек «в столбцах». Здесь же нужно выбрать метод расчета, поставив галочку в квадратике напротив строки «Коэффициент конкордации» (рис.43).

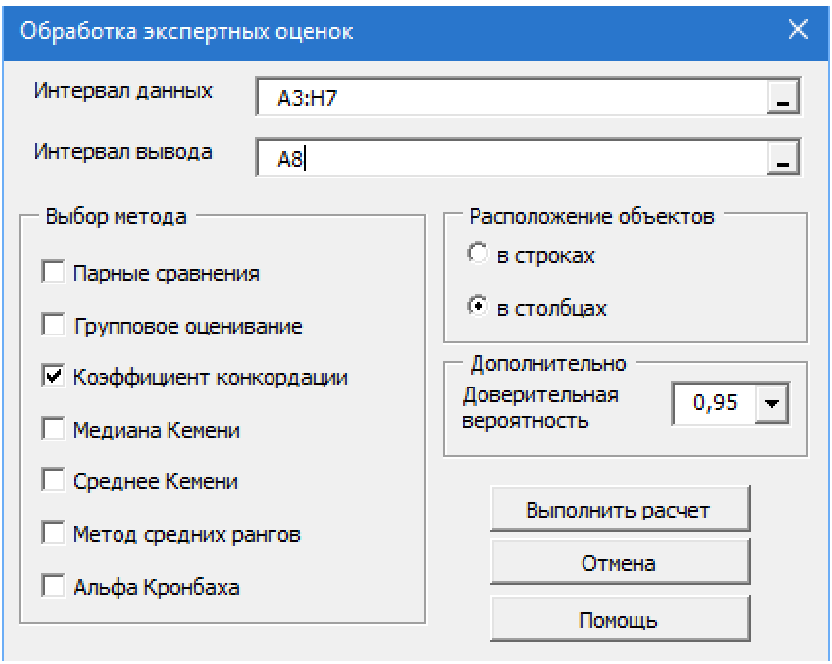
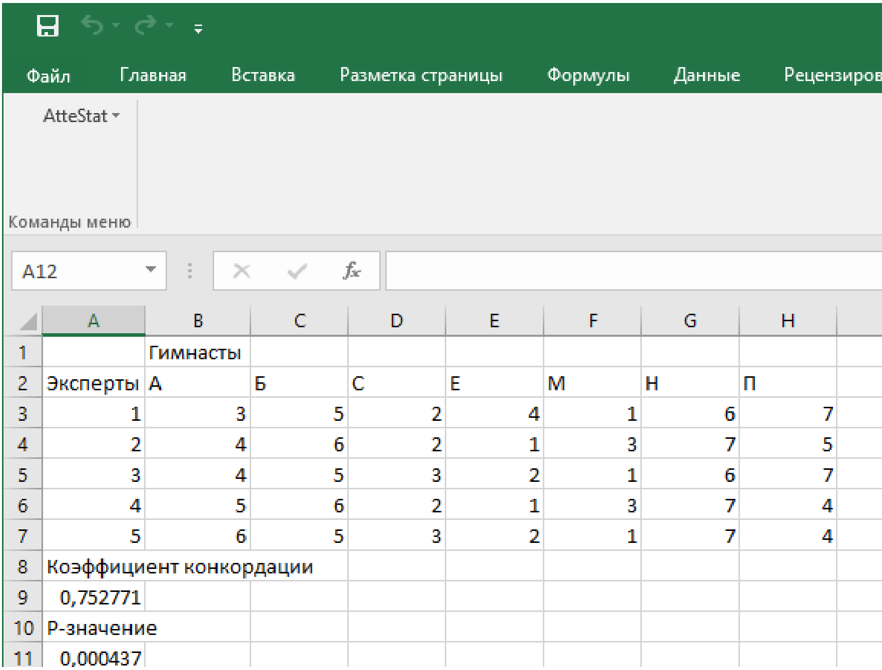


Рис.43. Диалоговое окно для расчета коэффициента конкордации

Заполнив поля диалогового окна необходимо нажать на кнопку «Выполнить расчет» данного окна и появятся результаты расчета (рис.44).



	A	B	C	D	E	F	G	H
1		Гимнасты						
2	Эксперты	А	Б	С	Е	М	Н	П
3	1	3	5	2	4	1	6	7
4	2	4	6	2	1	3	7	5
5	3	4	5	3	2	1	6	7
6	4	5	6	2	1	3	7	4
7	5	6	5	3	2	1	7	4
8	Коэффициент конкордации							
9	0,752771							
10	Р-значение							
11	0,000437							

Рис.44. Экран с результатами расчета коэффициента конкордации

Как видно из рис.44 на экране начиная с ячейки А8 появляются результаты расчета: название коэффициента и его величина (0,752771), *Р*-значение, соответствующее 0,000437. Эти данные показывают, что согласованность мнений экспертов достаточно высокая и является достоверной, так как *Р*-значение меньше 0,05 ($P<0.05$). Полученные результаты не противоречат данным, рассмотренным в разделе 5.6.

6.4. Автоматический расчет некоторых критериев достоверности различий и коэффициента ранговой корреляции

В последние годы в Интернет появились сайты на которых предлагаются программы, позволяющие производить автоматический расчет отдельных критериев достоверности различий и рангового коэффициента корреляции, что значительно облегчает процедуру математико-статистической обработки результатов исследований. К таким программам относятся: расчет *t-критерия Стьюдента* для несвязанных и связанных выборок (http://www.psychol-ok.ru/statistics/student/; расчет *T-критерия Вилкоксона* для связанных выборок (http://www.psychol-ok.ru/statistics/wilcoxon/); расчет *U-критерия Манна-Уитни* (http://www.psychol-ok.ru/statistics/mann-whitney/); расчет *Z-критерия знаков* (http://www.infamed.com/stat/s03.html); расчет критерия *хи-квадрат Пирсона* (http://www.psychol-ok.ru/statistics/pearson/); расчет ***φ***-критерия *углового преобразования Фишера* (http://www.psychol-ok.ru/statistics/fisher/); расчет коэффициента ранговой корреляции Спирмена (http://www.psychol-ok.ru/statistics/spearman/). Поэтому рассмотрим методику использования данных расчетов на конкретных примерах.

Автоматический расчет *t-критерия Стьюдента* для несвязанных и связанных выборок. Для выполнения расчетов в этом окне (рис. 45) необходимо выбрать с помощью кнопки ▼ вариант выборок (для несвязанных выборок или для связанных выборок), по умолчанию появляется вариант «для несвязанных выборок». Далее внести данные проведенных исследований соответственно в колонки «Выборка 1» и «Выборка 2». При этом следует помнить о том, чтобы результаты измерений были получены по шкале интервалов или отношений и сравниваемые выборки имели *нормальное* распределение. Для нашего примера опять используем данные табл.1 из раздела 3.1. После этого нужно щелкнуть по кнопке «Шаг 2» и появятся результаты расчета (рис.46).

Из рис. 53 видно, что рассчитанное значение $\mathbf{t}_{\text{эмп}} = 2$, а критическое значение $P \leq 0{,}05$, равно 2.14, для $P \leq 0{,}01$- 2,98. Так как в педагогических исследованиях принято пользоваться уровнем значимости 0,05, то мы останавливаемся на значении $P \leq 0{,}05$.

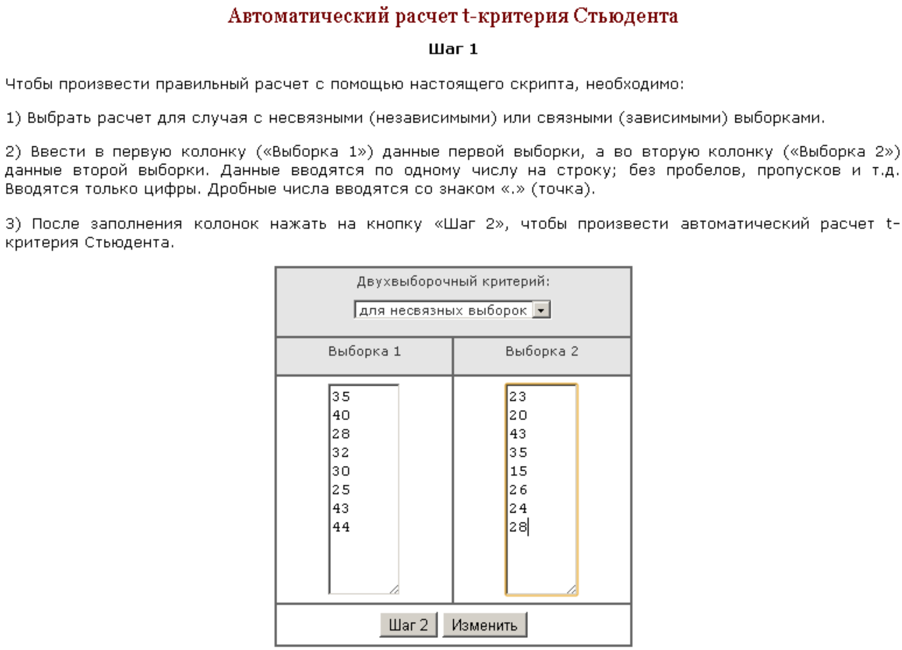


Рис.45. Окно для выполнения первого шага расчета *t-критерия*

Как указывалось в разделе 3.1, если окажется, что полученное в эксперименте t *больше* или *равно* ($t_{эмп} \geq t_{гр}$), то различия между средними арифметическими двух групп считаются *достоверными* при 5% уровне значимости и наоборот, в случае, когда $t_{эмп}$ *меньше* граничного значения $t_{0,05}$, считается, что различия *недостоверны*. Так как в нашем примере $t_{эмп}=2< t_{гр}=2.14$, то различия между средними арифметическим значениями считаются *недостоверными*, что подтверждает результаты расчета, выполненного вручную в разделе 3.1.

Автоматический расчет t-критерия Стьюдента

Шаг 2

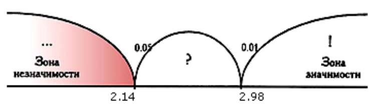
№	Выборки		Отклонения от среднего		Квадраты отклонений	
	В.1	В.2	В.1	В.2	В.1	В.2
1	35	23	0.37	-3.75	0.1369	14.0625
2	40	20	5.37	-6.75	28.8369	45.5625
3	28	43	-6.63	16.25	43.9569	264.0625
4	32	35	-2.63	8.25	6.9169	68.0625
5	30	15	-4.63	-11.75	21.4369	138.0625
6	25	26	-9.63	-0.75	92.7369	0.5625
7	43	24	8.37	-2.75	70.0569	7.5625
8	44	28	9.37	1.25	87.7969	1.5625
Суммы:	277	214	-0.04	0	351.8752	539.5
Среднее:	34.63	26.75				

Результат: $t_{Эмп}$ = 2

Критические значения

$t_{Кр}$	
p≤0.05	p≤0.01
2.14	**2.98**

Ось значимости:



Полученное эмпирическое значение t (2) находится в зоне незначимости.

Рис.46. Шаг 2 для расчета *t-критерия*

Автоматический расчет Т-критерия Вилкоксона для связанных выборок. Данная методика рассчитана для выявления достоверности различий между результатами, полученными не ниже шкалы порядка. Поэтому для демонстрации используем результаты, приведенные в табл. 8 из раздела 4.3. В первую колонку «До» внесем результаты, полученные в начале эксперимента, во вторую «После» - данные, полученные в конце эксперимента. При этом дробные числа вводятся со знаком *точка*, а не запятой (рис.47). После этого нажимаем на кнопку «Шаг 2» и появляются результаты расчета (рис.48).

Автоматический расчет Т - критерия Вилкоксона

Шаг 1

Введите в первую колонку данные первого замера («До»), а во вторую колонку данные второго замера («После»). Данные вводятся по одному числу на строку; без пробелов, пропусков и т.д. Вводятся только цифры. Дробные числа вводятся со знаком «.» (точка). После заполнения колонок нажмите на кнопку «Шаг 2», чтобы произвести расчет Т-критерия Вилкоксона.

До	После
6.2 5.4 7.2 8.0 7.5 7.2 6.8 6.5 7.8 7.6 7.9	8.0 7.2 7.8 7.0 7.0 7.2 7.6 7.8 8.2 8.4 8.8
☐ - Учитывать нулевой сдвиг?	
Шаг 2 Изменить	

Рис.47. Окно первого шага расчета *Т-критерия Вилкоксона*

Автоматический расчет Т- критерия Вилкоксона

Шаг 2

N	"До"	"После"	Сдвиг ($t_{после}$ - $t_{до}$)	Абсолютное значение сдвига	Ранговый номер сдвига
1	6.2	7.5	1.3	1.3	13
2	5.4	6.0	0.6	0.6	8
3	7.2	7.4	0.2	0.2	2
4	8.0	7.8	-0.2	0.2	2
5	7.5	8.0	0.5	0.5	6.5
6	7.2	7.2	0	0	0
7	6.8	7.8	1	1	11
8	6.5	7.0	0.5	0.5	6.5
9	7.8	7.0	-0.8	0.8	9
10	7.6	7.2	-0.4	0.4	5
11	7.9	7.6	-0.3	0.3	4
12	8.0	7.8	-0.2	0.2	2
13	8.2	8.2	0	0	0
14	7.4	8.4	1	1	11
15	7.8	8.8	1	1	11
Сумма рангов нетипичных сдвигов:					**22**

Результат: $T_{эмп}$ **= 22**

Критические значения Т при n=13

n	$T_{Кр}$	
	0.01	0.05
13	**12**	**21**

Ось значимости:

Полученное эмпирическое значение $T_{эмп}$ находится в зоне незначимости.

Рис.48. Результаты расчета *Т-критерия Вилкоксона*

Как видно из рис.47 $T_{эмп}$ = 22, что превышает граничное значение $T_{кр}$ =21при уровне значимости 0,05 и, стало быть, это подтверждает *недостоверность* различий между полученными результатами и соответствует выводу сделанному в разделе 4.3.

Автоматический расчет U-критерия Манна-Уитни. Как указывалось в разделе 3.5. данный критерий используется для расчета достоверности различий между *независимыми* (несвязанными) выборками, полученными по шкале не ниже шкалы порядка. При этом в каждой выборке должно быть не менее 3 наблюдений: n_1, $n_2 \geq 3$, допускается, чтобы в одной выборке было 2 наблюдения, но тогда во второй их должно быть не менее 5. В то же время в каждой выборке должно быть не более 60 наблюдений (n_1, $n_2 \leq 60$).

Для автоматического расчета достоверности различий воспользуемся данными табл. 3 из раздела 3.4. Как и в предыдущих случаях автоматического расчета процедура состоит из двух шагов. На первом шаге нужно ввести в первую колонку «Выборка 1» данные первой выборки, например, результаты экспериментальной группы, во вторую колонку «Выборка 2» данные второй группы, например контрольной группы (рис.49).

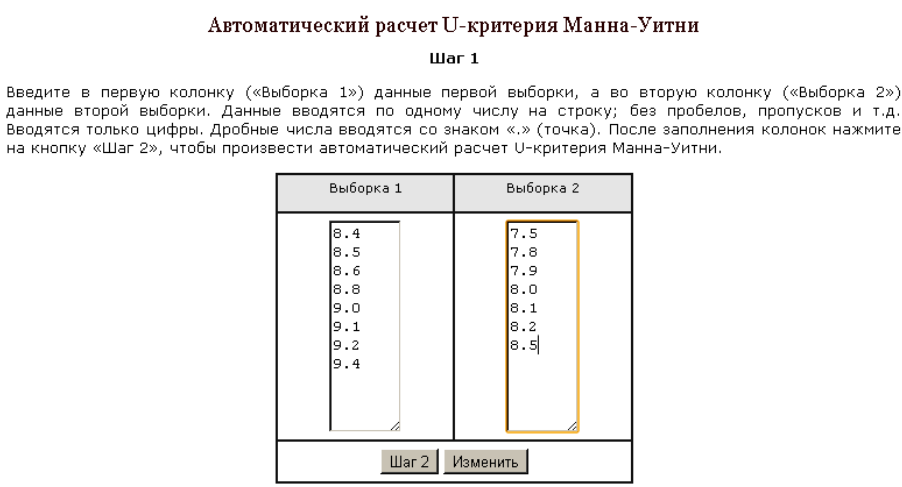


Рис.49. Окно первого шага для расчета *U-критерия Манна-Уитни*

После ввода данных нужно нажать на кнопку «Шаг 2» этого окна и появятся результаты расчета (рис.50).

Автоматический расчет U-критерия Манна-Уитни

Шаг 2

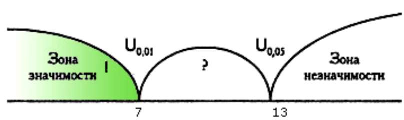
№	Выборка 1	Ранг 1	Выборка 2	Ранг 2
1	8.4	7	7.5	1
2	8.5	8.5	7.8	2
3	8.6	10	7.9	3
4	8.8	11	8.0	4
5	9.0	12	8.1	5
6	9.1	13	8.2	6
7	9.2	14	8.5	8.5
8	9.4	15		
Суммы:		90.5		29.5

Результат: $U_{Эмп}$ = 1.5

Критические значения

$U_{Кр}$	
p≤0.01	p≤0.05
7	**13**

Ось значимости:



Полученное эмпирическое значение $U_{эмп}$(1.5) находится в зоне значимости.

Рис.50. Результаты расчета *U-критерия Манна-Уитни*

Как видно из рис.57 рассчитанное значение $U_{эмп}$ равно1,5, что значительно меньше $U_{гр}$, которое для $P \leq 0{,}05$ равно 13. Стало быть, различия между полученными результатами считаются *достоверными* и не противоречат результатам, выполненным вручную в разделе 3.5.

Автоматический расчет достоверности различий по Z-критерию знаков. Как известно данный критерий также относится к непараметрическим и используется для расчета достоверности различий между связанными результатами, полученными по шкале не ниже порядковой. Для автоматического расчета достоверности различий используем данные табл.7 из раздела 4.2. Внесем оценки, полученные в начале года в первый столбец «X», а оценки, полученные в конце года во второй столбик «Y» (рис.51). После этого нажать на кнопку «Вычислить» и появятся результаты расчета (рис.52).

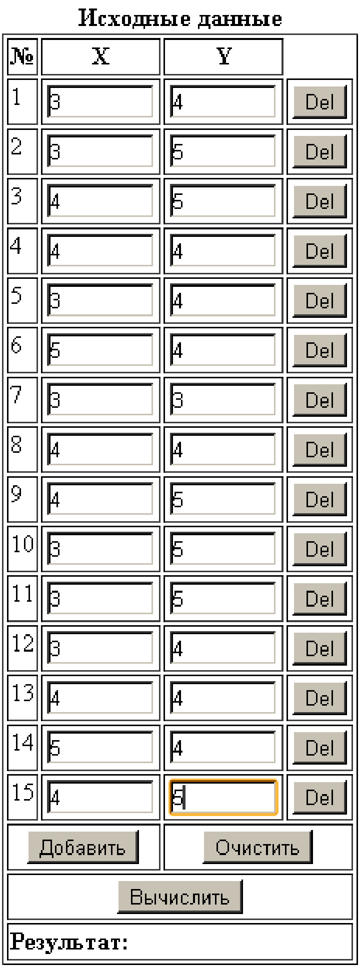


Рис.51. Исходные данные

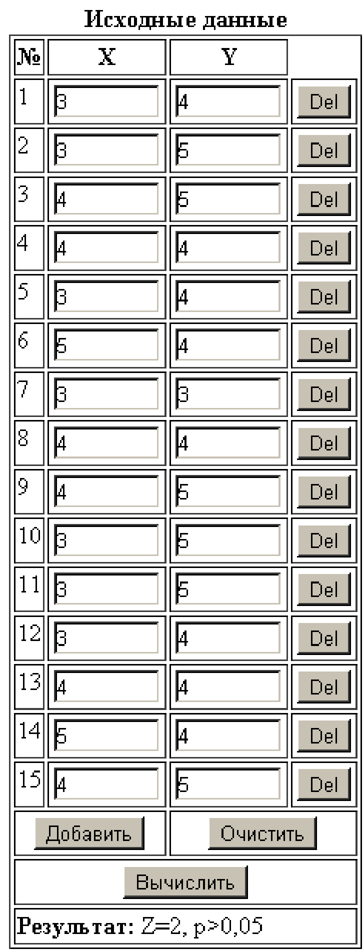
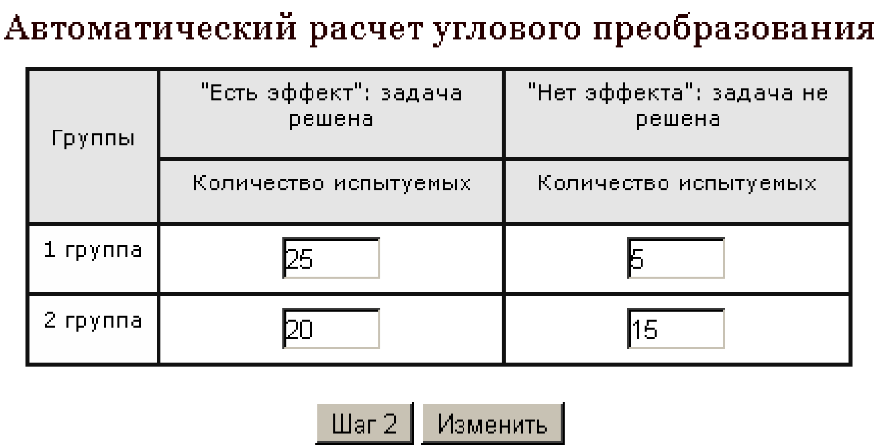


Рис.52. Результаты расчета

Как видно из рис.52, рассчитанное значение Z=2 при P>0,05, что подтверждает *недостоверность* различий между оценками, полученными в начале и в конце года и согласуется с данными расчета, выполненного вручную в разделе 4.2.

Автоматический расчет φ-критерия *углового преобразования Фишера*. Данный критерий используется для расчета достоверности различий между *независимыми* (несвязанными) результатами, полученными по шкале наименований. Для демонстрации автоматического расчета используем данные четырехпольной таблицы из раздела 3.7 с учетом основных требований к применению этого критерия. В столбик «Есть эффект» в пустые клеточки «Количество испытуемых» внесем данные 1 и 2 групп, соответственно экспериментальной (25) и контрольной (20). В столбик «Нет эффекта» в пустые клетки, обозначенных как «Количество испытуемых» также внесем данные этих групп: экспериментальная – 5, контрольная – 15 (рис.53). После этого нажмем на кнопку «Шаг 2» и появятся результаты расчета (рис.54).



Автоматический расчет углового преобразования

Группы	"Есть эффект": задача решена	"Нет эффекта": задача не решена
	Количество испытуемых	Количество испытуемых
1 группа	25	5
2 группа	20	15

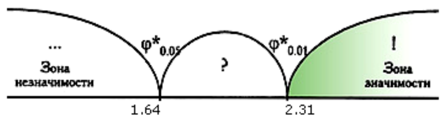
Шаг 2 Изменить

Рис.53. Окно первого шага для внесения результатов исследования

Результаты автоматического расчета

Группы	"Есть эффект": задача решена	"Нет эффекта": задача не решена	Суммы
	Количество испытуемых	Количество испытуемых	
1 группа	25 (83.3%)	5 (16.7%)	30 (100%)
2 группа	20 (57.1%)	15 (42.9%)	35 (100%)

Ось значимости:



Ответ: $\varphi^*_{эмп}$ = 2.359

Полученное эмпирическое значение φ* находится в зоне значимости. H_0 отвергается

Рис.54. Результаты расчета φ-критерия Фишера

Как видно из рис.61 значение $\varphi_{эмп}$ =2,359, что превосходит граничные значения для $P_{0,05}$ и $P_{0,01}$, что свидетельствует о *достоверности* различий между полученными результатами (P<0,05).

Автоматический расчет достоверности различий по критерию хи-квадрат (X^2). Как уже упоминалось в разделе 3.6. данный критерий применяется для расчета достоверности различий между результатами *независимых* выборок, полученных по шкале *наименований*. Автоматический расчет производится в три шага. Для демонстрации расчета используем результаты, приведенные в разделе 3.6 в виде четырехпольной таблицы, то есть когда имеется два эмпирических распределения типа «Выполнил», «Не выполнил». Поэтому на первом шаге вводим цифру 2 (рис.55).

Рис.55. Окно для ввода количества распределений на шаге 1

После ввода количества распределений на первом шаге нужно нажать на кнопку «Шаг 2» и появится окно для ввода результатов (рис.56).

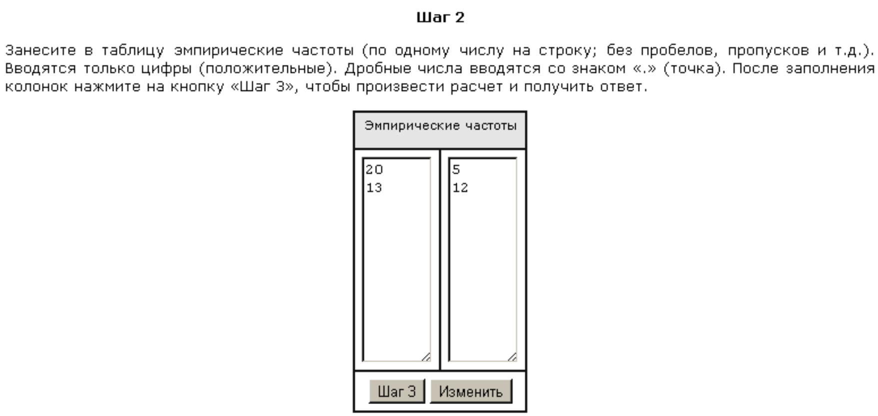


Рис.56. Окно для ввода эмпирических данных

В появившейся таблице в первый столбик вносим результаты категории «Выполнил» соответственно 20 (экспериментальная группа) и 13 (контрольная группа). Во второй столбик вносим результаты категории «Не выполнил»: 5 (экспериментальная группа» и 12 (контрольная группа). После этого нажимаем на кнопку «Шаг 3» и появляются результаты расчета (рис.57).

Шаг 3

Было выполнено:

1) Расчет теоретической частоты (f_T)

2) Подсчитана разность между эмпирической и теоретической частотой по каждому разряду

3) Определено число степеней свободы. Внесена поправка на «непрерывность» (если v=1)

4) Полученные разности возведены в квадрат

5) Полученные квадраты разностей разделены на теоретическую частоту (последний столбец)

6) Полученная сумма является $\chi^2_{Эмп}$

N	Эмпирическая частота	Теоретическая частота	$(f_Э - f_T)$	$\|(f_Э - f_T)\|-0.5$	$(\|(f_Э - f_T)\|-0.5)^2$	$(\|(f_Э - f_T)\|-0.5)^2/f_T$
1	20	16.5	3.5	3	9	0.545
2	5	8.5	-3.5	3	9	1.059
3	13	16.5	-3.5	3	9	0.545
4	12	8.5	3.5	3	9	1.059
Суммы	50	50	-	-	-	**3.208**

Результат: $\chi^2_{Эмп}$ = 3.208

Критические значения χ^2 при v=1

v	p	
	0.05	0.01
1	**3.841**	**6.635**

Различия между двумя распределениями могут считаться достоверными, если $\chi^2_{Эмп}$ достигает или превышает $\chi^2_{0.05}$, и тем более достоверным, если $\chi^2_{Эмп}$ достигает или превышает $\chi^2_{0.01}$.

Ответ: $\chi^2_{Эмп}$ меньше критического значения, расхождения между распределениями статистически не достоверны (гипотеза H_0).

Рис.57. Результаты расчета достоверности различий по критерию X^2

Как видно из рис.64, значение $X^2_{эмп}$ = 3,208 *меньше* значения $X^2_{0,05}$, которое равно 3,841. В этой связи следует отметить, что различия между полученными результатами статистически *недостоверны* и говорить об эффективности экспериментальной методики нет оснований. Таким образом, и в этом случае, полученные результаты расчета не расходятся с выводами, приведенными в разделе 3.6.

Автоматический расчет коэффициента ранговой корреляции Спирмена. Метод ранговой корреляции, описанный в разделе 5.2 позволяет определить тесноту (силу) и направление корреляционной связи между двумя признаками. При этом результаты измерений не должны быть ниже шкалы порядка и могут быть проранжированы.

Ранговый коэффициент не рекомендуется применять, если связанных пар меньше 5 и больше 20. Автоматический расчет коэффициента ранговой корреляции производится в два шага. На первом шаге необходимо ввести данные двух признаков А и В в специальную таблицу. Для демонстрации данной методики используем результаты, приведенные в табл. 10 раздела 5.2 (рис.58).

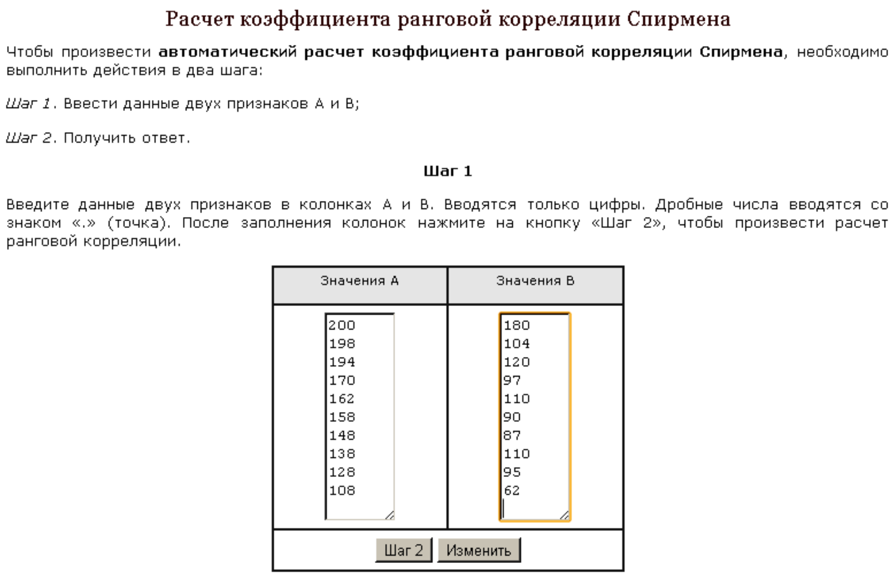


Рис.58. Окно для ввода значений признаков

После ввода этих результатов нужно нажать левой клавишей мыши на кнопку «Шаг 2» и появятся результаты расчета (рис.59).

Шаг 2

Было выполнено:

1) Ранжирование значений А и В. Их ранги занесены в колонки «Ранг А» и «Ранг В»;

2) Произведен подсчет разности между рангами А и В (колонка d);

3) Возведение каждой разности d в квадрат (колонка d^2);

4) Подсчитана сумма квадратов;

5) Произведен расчет коэффициента ранговой корреляции r_s по формуле: $r_s = 1 - 6 \cdot \frac{\Sigma d^2}{N \cdot (N^2 - 1)}$

6) Определены критические значения.

N	Значения А	Ранг А	Значения В	Ранг В	d (ранг А - ранг В)	d^2
1	200	10	180	10	0	0
2	198	9	104	6	3	9
3	194	8	120	9	-1	1
4	170	7	97	5	2	4
5	162	6	110	7.5	-1.5	2.25
6	158	5	90	3	2	4
7	148	4	87	2	2	4
8	138	3	110	7.5	-4.5	20.25
9	128	2	95	4	-2	4
10	108	1	62	1	0	0
Суммы		55		55	0	48.5

Результат: r_s = 0.706

Критические значения для N = 10

N	p	
	0.05	0.01
10	**0.64**	**0.79**

Ответ: H_0 отвергается. Корреляция между А и В статистически значима.

Рис.59. Результаты расчета коэффициента корреляции Спирмена

Как видно из результатов расчета коэффициент корреляции равен 0,706, что свидетельствует о сильной положительной связи между первым и вторым признаками. Полученный коэффициент можно считать достоверным, так как его значение равное 0,706 превосходит критическое значение $P_{0,05}$, которое равно 0,64, что подтверждает расчеты, выполненные вручную в разделе 5.2.

В заключении пособия необходимо отметить, что мы не касаемся таких методов как *дисперсионный*, *регрессионный*, *факторный анализ* и других методов математико-статистической обработки полученных данных, которые активно используются в других науках. В связи с тем, что такие программы как *Statistica* и *SPSS,* которые в своем арсенале имеют практически все возможности математико-статистической обработки полученных результатов, но являются лицензионными и стоят достаточно дорого и в то же время сложны для освоения студентами гуманитарных специальностей, в данном пособии они не рассматриваются. В качестве основных программ взяты *MS Excel, AtteStat* и некоторые программы автоматической обработки данных, которые в определенном смысле доступны и могут обеспечить обработку результатов педагогических исследований.

Математико-статистическая обработка результатов педагогических исследований является одним из трудоемких и ответственных моментов в подготовке научных работ (курсовых и дипломных работ, научных статей, кандидатских и докторских диссертаций). Она требует умелого и правильного выбора статистических критериев и методов анализа в соответствии с полученными результатами и задачами проведенных исследований. Следует также иметь в виду, что сама математико-статистическая обработка еще не может полностью раскрыть сущности того или иного педагогического явления. Например, с помощью количественных методов с определенной точностью можно выявить преимущество какого-либо метода обучения и тренировки или обнаружить общую тенденцию, выявить определенные связи и зависимости, доказать, что проверяемое научное предположение оправдалось и т.п. Однако эти методы не могут дать ответ на вопрос о том, почему одна методика обучения лучше другой и т.д. Поэтому наряду с математико-статистической обработкой полученных результатов нужно проводить и качественный анализ этих данных.

Рекомендуемая литература

1. Общие вопросы методики исследований

1. Ашмарин Б. А. Теория и методика педагогических исследований в физическом воспитании. М.: Физическая культура и спорт, 1978. 223 с.
2. Введение в научное исследование по педагогике: Учеб. пособ. для студентов пед. ин-тов /Ю.К. Бабанский, В.И. Журавлев, В.К. Розов и др.; Под ред. В.И. Журавлева. М.: Просвещение, 1988. 239 с.
3. Железняк Ю.Д., Петров П.К. Основы научно-методической деятельности в физической культуре и спорте: учебник для студ. учреждений высш. проф. образования /Ю.Д. Железняк, П.К. Петров. – 6-е изд., перераб. М.: Издательский центр «Академия», 2013. 288 с.
4. Загвязинский В.И. Методология и методика дидактического исследования. М.: Педагогика, 1982. 160 с.
5. Мартиросов Э.Г. Методы исследования в спортивной антропологии. М.: Физкультура и спорт, 1982. 199 с.
6. Методики психодиагностики в спорте: Учеб. пособие для студентов пед. ин-тов по спец. №2114 «Физ. воспитание» /В.Л. Марищук, Ю.М. Блудов и др. М.: Просвещение, 1984. 191 с.
7. Методы педагогических исследований /Под ред. А.И. Пискунова, Г.В, Воробьева. М.: Педагогика, 1979. 256 с.
8. Петров П.К. Современные информационные технологии в научно-исследовательской работе студентов факультетов физической культуры: учеб. пособие. Москва-Ижевск: издательский дом Удмуртский университет, 2000. 128 с.
9. Петров П.К. Физическая культура: Курсовые и выпускные квалификационные работы. М.: Изд-во ВЛАДОС-ПРЕСС, 2002.112 с.
10. Новиков А.М. Как работать над диссертацией: Пособие для начинающего педагога-исследователя. 4-е изд. М.: Издательство «Эгвес», 2003. 104 с.
11. Новиков А.М. Докторская диссертация? /Пособие для докторантов и соискателей ученой степени доктора наук. 3-е изд. М.: Издательство «Эгвес», 2003. 120 с.

12. Полонский В.М. Оценка качества научно-педагогических исследований. М.: Педагогика, 1987. 144 с.
13. Скаткин М. Н. Методология и методика педагогических исследований: (В помощь начинающему исследователю). М.: Педагогика, 1986. 152 с.
14. Теория и практика педагогического эксперимента /Под ред. А.И.Пискунова, Г.В. Воробьева. М.: Педагогика, 1979. 208 с.
15. Филин В.П., Семенов В.Г., Алабин В.Г. Современные методы исследований в спорте: Учебное пособие /Под общ. ред. В.П. Филина. Харьков: Основа. 1994. 132 с.

2. Контрольные испытания, тесты, методика измерений

1. Аулик И.В. Как определить тренированность спортсменов. М.: Физическая культура и спорт, 1977. 102 с.
2. Благуш П. К теории тестирования двигательных способностей: Сокр. пер. с чешск. /Предисл. изд-ва. М.: Физкультура и спорт, 1982. 165 с.
3. Бубе Х., Фэк Г., Штюблер Х. Тесты в спортивной практике: Пер. с нем. М.: Физкультура и спорт, 1968. 239 с.
4. Годик М..А. Спортивная метрология: Учебник для ин-тов физ. культ. М.: Физкультура и спорт, 1988. 192 с.
5. Карпман В.Л, Белоцерковский З.Б., Гудков И. А. Тестирование в спортивной медицине. М.: Физкультура и спорт, 1988. 206 с.
6. Лях В.И. Тесты в физическом воспитании школьников: Пособие для учителя. М.: ООО «Фирма «Издательство АСТ», 1998. 272 с.
7. Михеев В.И. Моделирование и методы теории измерений в педагогике: Научн.-метод. пособие для педагогов-исследователей. М.: Высш. шк., 1987. 200 с.
8. Спортивная метрология: Учеб. для ин-тов физ. культ./Под ред. В.М. Зациорского. М.: Физкультура и спорт. 1982. 256 с.
9. Тесты в спортивной практике. Пер. с нем. Л.М. Мирского. М.: Физкультура и спорт, 1968. 239 с.
10. Хрущев С.В. Врачебный контроль за физическим воспитанием школьников. 2-е изд., доп. и перераб. М.: Медицина, 1980. 224 с.
11. Черепанов В.С. Экспертные оценки в педагогических исследованиях. М.: Педагогика, 1989. 152 с.

3. Математико-статистическая обработка результатов исследований

1. Гласс Дж., Стэнли Дж. Статистические методы в педагогике и психологии: Пер. с англ. М.: Прогресс, 1976. 496 с.
2. Грабарь М.И. Краснянская К.А. Применение математической статистики в педагогических исследованиях. Непараметрические методы. М.: Педагогика 1977. 136 с.
3. Лакин Г.Ф. Биометрия: Учеб. пособ. для биолог. спец. вузов- 4-е изд. перераб. и доп. М.: Высш. шк. 1990. 352 с.
4. Масальгин Н.А. Математико-статистические методы в спорте. М.: Физкультура и спорт, 1974. 151 с.
5. Начинская С.В. Спортивная метрология: Учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений. – М.: Издательский центр «Академия», 2005. 240 с.
6. Новиков Д.А. Статистические методы в педагогических исследованиях (типовые случаи). М.: МЗ-Пресс, 2004. 67 с.
7. Основы математической статистики: Учеб. пособ. для ин-тов физ. культ./Под общ. ред. В.С. Иванова. М.: Физкультура и спорт, 1990. 176 с.
8. Сидоренко Е.В. Методы математической обработки в психологии. СПб.: ООО «Речь», 2002. 350 с.
9. Петров П.К. Математико-статистическая обработка результатов педагогических исследований: Учеб. пособие/УдГУ. Ижевск, 2006. 86 с.

4. Современные информационные технологии в процессе обработки результатов исследований

1. Боровиков В.П. STATISTICA. Искусство анализа данных на компьютере (+ CD). Для профессионалов. 2-е изд. Санкт-Петербург: Питер, 2003. 688 с.
2. Гайдышев И.П. Моделирование стохастических и детерминированных систем: Руководство пользователя программы AtteStat. Курган, 2013 (http://attestatsoft.narod.ru/download.htm).
3. Дубнов П.Ю. Обработка статистической информации с помощью SPSS. - М.: ООО "Издательство АСТ": "Издательство "НТ Пресс", 2004. - 221 с.

4. Наследов А.Д. SPSS: Компьютерный анализ данных в психологии и социальных науках. - СПб.: Питер, 2005. - 416 с.
5. Петров П.К. Информационные технологии в физической культуре и спорте: учебник для студ. учреждений высш. проф. образования /П.К. Петров. – 3-е изд., стер. М.: Издательский центр «Академия», 2013. 288 с.
6. Петров П.К. Практикум по информационным технологиям в физической культуре и спорте: учеб. пособие /П.К. Петров, Э.Р. Ахмедзянов, О.Б. Дмитриев. – М.: Издательский центр «Академия», 2010. – 288 с.
7. Статистика. Обработка спортивных данных на компьютере /Под ред. М.П. Шестакова и Г. И. Попова: Учебное пособие для студентов высших учебных заведений физической культуры. М.: СпортАкадемПресс, 2002. 278 с.
8. Тюрин Ю.Н., Макаров А.А. Анализ данных на компьютере. Изд. 3-е. перераб. и доп. /Под ред. В.Э. Фигурнова. М.: ИНФРФ-М, 2002. 528 с.

5. Интернет-ресурсы

1. URL: http://www.psychol-ok.ru/statistics/student/student_02.html - Автоматический расчет t-критерия Стьюдента.
2. URL: http://www.psychol-ok.ru/statistics/spearman/spearman_02.html - Автоматический расчет коэффициента ранговой корреляции Спирмена.
3. URL: http://www.psychol-ok.ru/statistics/wilcoxon/ - Автоматический расчет Т - критерия Вилкоксона.
4. URL: http://www.psychol-ok.ru/statistics/mann-whitney/ - Автоматический расчет U-критерия. Манна-Уитни.
5. URL: http://www.infamed.com/stat/s03.html - Автоматический расчет Z-критерия знаков.
6. URL: http://www.psychol-ok.ru/statistics/pearson/pearson_02.html - Автоматический расчет χ^2 - критерия Пирсона.
7. URL: http://www.psychol-ok.ru/statistics/fisher/ - Автоматический расчет углового преобразования Фишера.
8. URL: http://statexpert.org/articles/таблицы_критических_значений_статистических_критериев#2 - Таблицы критических значений статистических критериев.
9. URL: http://attestatsoft.narod.ru/download.htm - Руководство пользователя программы AtteStat.

Приложения

Приложение 1

Шкалы измерений

Шкалы	Примеры	Характеристика	Математические операции
Наименований	Классификация объектов по полу, возрасту, видам деятельности, и т.д.	Группировка объектов в зависимости от наличия у них определенного качества или признака	• Подсчет числа случаев • Определение процентного отношения • Определение *Моды* • Определение корреляции между качественными признаками • Проверка гипотез на основе *Моды*
Порядка	Определение места, занятого в кроссе, в соревнованиях по гимнастике, фигурному катанию, различных конкурсах, бодибилдингу и т.д.	Установление соотношений типа «больше» или «меньше», «лучше» или «хуже» и т.д.	• Определение *Медианы* • Проверка достоверности различий с помощью непараметрических критериев • Определение ранговой корреляции
Интервальная	Календарное время, шкалы температур по Цельсию, по Фаренгейту	Существует единица измерений, при помощи которой предметы, явления можно не только упорядочить, но и приписать им числа	• Среднее арифметическое • Среднее квадратическое отклонение • Корреляция • Определение достоверности различий на основе параметрических критериев
Отношений	Рост, вес, время, температура по Кельвину, длина, скорость и т.д.	Числа, присвоенные предметам, обладают всеми свойствами объектов интервальной шкалы, но помимо этого на шкале существует абсолютный нуль. Значение нуль свидетельствует об отсутствии оцениваемого свойства	• Среднее арифметическое • Среднее квадратическое • Проверка гипотез • Среднее геометрическое • Коэффициент вариации • Корреляция

Приложение 2

Значения коэффициента *K*[3]

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	—	—	1,13	1,69	2,06	2,33	2,53	2,70	2,85	2,97
10	3,08	3,17	3,26	3,34	3,41	3,47	3,53	3,59	3,64	3,69
20	3,74	3,78	3,82	3,86	3,90	3,93	3,96	4,00	4,03	4,06
30	4,09	4,11	4,14	4,16	4,19	4,21	4,24	4,26	4,28	4,30
40	4,32	4,34	4,36	4,38	4,40	4,42	4,43	4,45	4,47	4,48
50	4,50	4,51	4,53	4,54	4,56	4,57	4,59	4,60	4,61	4,63
60	4,64	4,65	4,66	4,68	4,69	4,70	4,71	4,72	4,73	4,74
70	4,76	4,76	4,78	4,79	4,80	4,81	4,82	4,82	4,84	4,84
80	4,85	4,86	4,87	4,88	4,89	4,90	4,91	4,92	4,92	4,93
90	4,94	4,95	4,96	4,96	4,97	4,98	4,99	4,99	5,00	5,01
100	5,02	5,02	5,03	5,04	5,04	5,05	5,06	5,06	5,07	5,08
110	5,08	5,09	5,10	5,10	5,11	5,11	5,12	5,13	5,13	5,14

[3] Полную таблицу для определения коэффициента *K* см. в кн.: *Ашмарин Б.А.* Теория и методика педагогических исследований в физическом воспитании. – М., - С. 223.

Граничные значения *t*-критерия Стьюдента для 5% и 1% уровня значимости в зависимости от числа степеней свободы (*f*)

Степень свободы (*f*)	Границы значения		Степень свободы (*f*)	Границы значения	
	$p = 0{,}05$	$p = 0{,}01$		$p = 0{,}05$	$p = 0{,}01$
1	12,71	63,60	20	2,09	2,85
2	4,30	9,93	21	2,08	2,82
3	3,18	5,84	22	2,07	2,82
4	2,78	4,60	23	2,07	2,81
5	2,57	4,03	24	2,06	2,80
6	2,45	3,71	25	2,06	2,79
7	2,37	3,50	26	2,06	2,78
8	2,31	3,36	27	2,05	2,77
9	2,26	3,25	28	2,05	2,76
10	2,23	3,17	29	2,04	2,76
11	2,20	3,11	30	2,04	2,75
12	2,18	3,06	40	2,02	2,70
13	2,16	3,01	50	2,01	2,68
14	2,15	2,98	60	2,00	2,66
15	2,13	2,95	80	1,99	2,64
16	2,12	2,92	100	1,98	2,63
17	2,11	2,90	120	1,98	2,62
18	2,10	2,88	200	1,97	2,60
19	2,09	2,86	500	1,96	2,59

Приложение 4

Критические значения *F*- критерия Фишера для P ≤ 0,05

K_2	*K_1 – степень свободы для большей дисперсии*											
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	243	244
2	18,5	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,36	19,37	19,38	19,39	19,40	19,41
3	10.13	9.55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,88	8,84	8,81	8,78	8,76	8,74
4	7.71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,93	5,91
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,78	4,74	4,70	4,68
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	4,03	4,00
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,63	3,60	3,57
8	5,32	4.46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,34	3,31	3,28
9	5,12	4.26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,13	3,10	3,07
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,97	2,94	2,91
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,86	2,82	2,79
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,92	2,85	2,80	2,76	2,72	2,69
13	4.67	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,84	2,77	2,72	2,67	2,63	2,60
14	4.60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,77	2,70	2,65	2,60	2,56	2,53
15	4,54	3.68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,70	2,64	2,59	2,55	2,51	2,48
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,45	2,42
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,62	2,55	2,50	2,45	2,41	2,38
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	3,66	2,58	2,51	2,46	2,41	2,37	2,34
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,55	2,48	2.43	2,38	2,34	2,31
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,52	2,45	2,40	2,35	2.31	2,28
21	4,32	3,47	3,07	2.84	2,68	2,57	2.49	2,42	2,37	2,32	2,28	2,25
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,47	2,40	2,35	2,30	2,26	2,23
23	4,28	3,42	3.03	2,80	2,64	2,53	2,45	2,38	2,32	2,28	2,24	2.20

Приложение 4 (продолжение)

K_2	K_1 – степень свободы для большей дисперсии											
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,43	2,36	2,30	2,26	2,22	2,18
25	4,24	3,38	2,99	2,76	2,60	2.49	2,41	2.34	2,28	2,24	2,20	2,16
26	4,22	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,39	2,32	2,27	2,22	2,18	2,15
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2.46	2,37	2,30	2,25	2,20	2,16	2.13
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,44	2,36	2,29	2,24	2,19	2,15	2,12
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,54	2,43	2,35	2,28	2,22	2,18	2,14	2,10
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,34	2,27	2,21	2,16	2,12	2,09
32	4,15	3.30	2,90	2.67	2,51	2,40	2,32	2,25	2,19	2,14	2,10	2,07
34	4,13	3,28	2,88	2,65	2,49	2,38	2,30	2,32	2,17	2,12	2,08	2,05
36	4,11	3,26	2,86	2.63	2,48	2,36	2,28	2,21	2,15	2,10	2,06	2,03
38	4,10	3,25	2,85	2,62	2,46	2,35	2,26	2,19	2,14	2,09	2,05	2,02
40	4.8	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12	2,07	2,04	2,00
42	4,7	3,22	2,83	2,59	2,44	2,32	2,24	2,17	2,11	2,06	2,02	1,99
44	4,6	3,21	2,82	2,58	2,43	2,31	2,23	2,16	2,10	2,05	2,01	1,98
46	4,5	3,20	2,81	2,57	2,42	2,30	2,22	2,14	2,09	2,04	2,00	1,97
48	4,4	3.19	2,80	2,56	2,41	2,30	2,21	2,14	2,08	2,03	1,99	1,96
50	4,3	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,20	2,13	2,07	2,02	1,98	1,95
55	4,2	3,17	2,78	2,54	2,38	2,27	2,18	2,11	2,05	2,00	1,97	1,93
60	4	3,15	2,76	2,52	2,37	2,25	2,17	2,10	2,04	1,99	1,95	1,92
65	3,99	3,14	2,75	2,51	2,36	2,24	2,15	2,08	2,02	1,98	1,94	1,90

K_2	K_1 – *степень свободы для большей дисперсии*											
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
70	3,98	3,13	2,74	2,50	2,35	2,23	2,14	2,07	2,01	1,97	1,93	1,89
80	3,96	3,11	2,72	2,48	2,33	2,21	2,12	2,05	1,99	1,95	1,91	1,88
100	3,94	3,09	2,70	2,46	2,30	2,19	2,10	2,03	1,97	1,92	1,88	1,85
125	3,92	3,07	2,68	2,44	2,29	2,17	2,08	2,01	1,95	1,90	1,86	1,83
150	3,91	3,06	2,67	2,43	2,27	2,16	2,07	2,00	1,94	1,89	1,85	1,82
200	3,89	3,04	2,65	2,41	2,26	2,14	2,05	1,98	1,92	1,87	1,83	1,80
400	3,86	3,02	2,62	2,39	2,23	2,12	2,03	1,96	1,90	1,85	1,81	1,78
1000	3,85	3,00	2,61	2,38	2,22	2,10	2,02	1,95	1,89	1,84	1,80	1,76
∞	3,84	2,99	2,60	2,37	2,21	2,09	2,01	1,94	1,88	1,83	1,79	1,75

K_2	K_1 *– степень свободы для большей дисперсии*											
	14	**16**	**20**	**24**	**30**	**40**	**50**	**75**	**100**	**200**	**500**	∞
1	245	246	248	249	250	251	252	253	253	254	254	254
2	19,42	19,43	19,44	19,45	19,46	19,47	19,47	19,48	19,49	19,49	19,50	19,50
3	8,71	8,69	8,66	8,64	8,62	8,60	8,58	8,57	8,56	8,54	8,54	8,53
4	5,87	5,84	5,80	5,77	5,74	5,71	5,70	5,68	5,66	5,65	5,64	5,63
5	4,64	4,60	4,56	4,53	4,50	4,46	5,44	4,42	4,40	4,38	4,37	4,36
6	3,96	3,92	3,87	3,84	3,81	3,77	3,75	3,72	3,71	3,69	3,68	3,67
7	3,52	3,49	3,44	3,41	3,38	3,34	3,32	3,29	3,28	3,25	3,24	3,23
8	3,23	3,20	3,15	3,12	3,08	3,05	3,03	3,00	2,98	2,96	2,94	2,93
9	3,02	2.98	2,93	2,90	2,86	2,82	2,89	2,77	2,76	2,73	гэг	2,71
10	2,86	2,82	2,77	2,74	2,70	2,67	2,64	2,61	2,59	2,56	2,55	2,54
11	2,74	2,70	2,65	2,61	2,57	2,53	2,50	2,47	2,45	2,42	2,41	2,40
12	2,64	2,60	2,54	2,50	2,46	2,42	2,40	2,36	2,35	2,32	2,31	2,30
13	2,55	2,51	2,46	2,42	2,38	2,34	2,32	2,28	2,26	2,24	2,22	2,21
14	2,48	2,44	2,39	2.35	2,31	2,27	2,24	2,21	2,19	2,16	2,14	2,13
15	2,43	2,39	2,33	2.29	2,25	2,21	2,18	2,15	2,12	2,10	2,08	2,07
16	2,37	2,33	2,28	2,24	2,20	2,16	2,13	2,09	2,07	2,04	2,02	2,01
17	2,33	2,29	2,23	2,19	2,15	2,11	2,08	2,04	2,02	1,99	1,97	1,96
18	2,29	2,25	2,19	2,15	2,11	2,07	2,04	2.00	1,98	1,95	1,93	1,92
19	2,26	2,21	2,15	2,11	2,07	2.02	2,00	1,96	1,94	1,91	1,90	1,88
20	2,23	2,18	2,12	2,08	2,04	1,99	1,96	1,92	1,90	1,87	1,85	1.84
21	2,20	2,15	2,09	2,05	2,00	1,96	1,93	1.89	1,87	1,84	1,82	1,81
22	2,18	2,13	2,07	2,03	1,98	1,93	1,91	1,87	1,84	1,81	1,80	1,78

K_2	K_1 – *степень свободы для большей дисперсии*											
	14	**16**	**20**	**24**	**30**	**40**	**50**	**75**	**100**	**200**	**500**	∞
23	2,14	2,10	2,04	2,00	1,96	1,91	1,88	1,84	1,82	1,79	1,77	1,76
24	2,13	2,09	2,02	1,98	1,94	1,89	1,86	1,82	1,80	1,76	1,74	1,73
25	2,11	2,06	2,00	1,96	1,92	1,87	1,84	1,80	1,77	1,74	1,72	1,71
26	2,10	2,05	1,99	1.95	1,90	1,85	1,82	1,78	1,76	1,72	1,70	1,69
27	2,08	2,03	1,97	1,93	1,88	1,84	1,80	1,76	1,74	1,71	1,68	1,67
28	2,06	2,02	1,96	1,91	1,87	1,81	1,78	1,75	1,72	1,69	1,67	1,65
29	2,05	2,00	1,94	1,90	1.85	1,80	1,77	1,73	1,71	1,68	1,65	1.64
30	2,04	1,99	1,93	1,89	1,84	1,79	1,76	1,72	1,69	1,66	1,64	1,62
32	2,02	1,97	1,91	1,86	1,82	1,76	1,74	1,69	1,67	1,64	1,61	1,59
34	2,00	1,95	1,89	1,84	1,80	1,74	1,71	1,67	1,64	1,61	1,59	1,57
36	1,98	1,93	1,87	1,82	1,78	1,72	1,69	1,65	1,62	1,59	1,56	1,55
38	1,96	1,92	1,85	1,80	1,76	1,71	1,67	1,63	1,60	1,57	1,54	1,53
40	1,95	1,90	1,84	1,79	1,74	1,69	1,66	1,61	1,59	1,55	1,53	1,51
42	1,94	1,89	1,82	1,78	1,73	1,68	1,64	1,60	1,57	1,54	1,51	1,49
44	1,92	1,88	1,81	1,76	1,72	1,66	1,63	1,58	1,56	1,52	1,50	1,48
46	1,91	1,87	1,80	1,75	1,71	1,65	1,62	1,57	1,54	1,51	1,48	1,46
48	1,90	1,86	1,79	1,74	1,70	1,64	1,61	1,56	1,53	1,50	1,47	1,45
50	1,90	1,85	1,78	1,74	1,69	1,63	1,60	1,55	1,52	1,48	1,46	1,44
55	1,88	1,83	1,76	1,72	1,67	1,61	1,58	1,52	1,50	1,46	1,43	1,41
60	1,86	1,81	1,75	1,70	1,65	1,59	1,56	1,50	1,48	1,44	1,41	1,39
65	1,85	1,80	1,73	1,68	1,63	1,57	1,54	1,49	1,46	1,42	1,39	1,37
70	1,84	1,79	1,72	1,67	1,62	1,56	1,53	1,47	1,45	1,40	1,37	1,35

K_2	K_1 – *степень свободы для большей дисперсии*											
	14	**16**	**20**	**24**	**30**	**40**	**50**	**75**	**100**	**200**	**500**	∞
80	1,82	1,77	1,70	1,65	1,60	1,54	1,51	1,45	1,42	1,38	1,35	1,32
100	1,79	1,75	1,68	1,63	1,57	1,51	1,48	1,42	1,39	1,34	1,30	1,28
125	1,77	1,72	1,65	1,60	1,55	1,49	1,45	1,39	1,36	1,31	1,27	1,25
150	1,76	1,71	1,64	1,59	1,54	1,47	1,44	1,37	1,34	1,29	1,25	1,22
200	1,74	1,69	1,62	1,57	1,52	1,45	1,42	1,35	1,32	1,26	1,22	1,19
400	1,72	1,67	1,60	1,54	1,49	1,42	1,38	1,32	1,28	1,22	1,16	1,13
1000	1,70	1,65	1,58	1,53	1,47	1,41	1,36	1,30	1,26	1,19	1,13	1,08
∞	1,69	1,64	1,57	1,52	1,46	1,40	1,35	1,28	1,24	1,11	1,11	1,00

Приложение 5

Значения Т-критерия Уайта при Р=0,95

Большее число наблюде-ний	Меньшее число наблюдений													
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
4			11											
5		6	11	17										
6		7	12	18	26									
7		7	13	20	27	36								
8	3	8	14	21	29	38	49							
9	3	8	15	22	31	40	51	63						
10	3	9	15	23	32	42	53	65	78					
11	4	9	16	24	34	44	55	68	81	96				
12	4	10	17	26	35	46	58	71	85	99	115			
13	4	10	18	27	37	48	60	73	88	103	119	137		
14	4	11	19	28	38	50	63	76	91	106	123	141	160	
15	4	11	20	29	40	32	65	79	94	110	127	145	164	185
16	4	12	21	31	42	54	67	82	97	114	131	150	169	
17	5	12	21	32	43	56	70	84	100	117	135	154		
18	5	13	22	33	45	58	72	87	103	121	139			
19	5	13	23	34	46	60	74	90	107	124				
20	5	24	24	35	48	62	77	93	100					
21	6	14	25	37	50	64	79	95						
22	6	15	26	38	51	66	82							
23	6	15	27	39	53	68								
24	6	16	28	40	55									
25	6	16	28	42										
26	7	17	29											
27	7	17												

Приложение 6

Критические значения критерия U Манна-Уитни

P=0,05

n_1

n_2	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
3	I	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8
4	3	4	4	5	6	7	8	9	10	11	11	12	13	13
5	5	6	7	8	9	11	12	13	14	15	17	18	19	20
6	6	8	10	11	13	14	16	17	19	21	22	24	25	27
7	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34
8	10	13	15	17	19	22	24	26	29	31	34	36	38	41
9	12	15	17	20	23	26	28	31	34	37	39	42	45	48
10	14	17	20	23	26	29	33	36	39	42	45	48	52	55
11	16	19	23	26	30	33	37	40	44	47	51	55	58	62
12	18	22	26	29	33	37	41	45	49	53	57	61	65	69
13	20	24	28	33	37	41	45	50	54	59	63	67	72	76
14	22	26	31	36	40	45	50	55	59	64	67	74	78	83
15	24	29	34	39	44	49	54	59	64	70	75	80	85	90
16	26	31	37	42	47	53	59	64	70	75	81	86	92	98
17	28	34	39	45	51	57	63	67	75	81	87	93	99	105
18	30	36	42	48	55	61	67	74	80	86	93	99	106	112
19	32	38	45	52	58	65	72	78	85	92	99	106	113	119
20	34	41	48	55	62	69	76	83	90	98	105	112	119	127

P=0,01

n_2	n_1													
	7	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
3			0	0	0	1	1	1	2	2	2	2	3	3
4	0	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	7	8
5	1	2	3	4	4	6	7	7	8	9	10	11	12	13
6	3	4	5	6	6	9	10	11	12	13	15	16	17	18
7	4	6	7	9	9	12	13	15	16	18	19	21	22	24
8	6	7	9	11	11	15	17	18	20	22	24	26	28	30
9	7	9	11	13	13	18	20	22	24	27	29	31	33	36
10	9	11	13	16	16	21	24	26	29	31	34	37	39	42
11	10	13	16	18	18	24	27	30	33	36	39	42	45	48
12	12	15	18	21	21	27	31	34	37	41	44	47	51	54
13	13	17	20	24	24	31	34	38	42	45	49	53	56 .	60
14	15	18	22	26	26	34	38	42	46	50	54	58	63	67
15	16	20	24	29	29	37	42	46	51	55	60	64	69	73
16	18	22	27	31	31	41	45	50	55	60	65	70	74	79
17	19	24	29	34	34	44	49	54	60	65	70	75	81	86
18	21	26	31	37	37	47	53	58	64	70	75	81	87	92
19	22	28	33	39	39	51	56	63	69	74	81	87	93	99
20	24	30	36	42	42	54	60	67	73	79	86	92	99	105

Значения функции $\psi\left(\frac{R}{n+1}\right)$

$\frac{R}{n+1}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,00	–∞	–3,09	–2,88	–2,75	–2,65	–2,58	–2,51	–2,46	–2,41	–2,37
0,01	–2,53	–2,29	–2,26	–2,23	–2,20	–2,17	–2,14	–2,12	–2,10	–2,07
0,02	–2,05	–2,03	–2,01	–2,00	–1,98	–1,96	–1,94	–1,93	–1,91	–1,90
0,03	–1,88	–1,87	–1,85	–1,84	–1,83	–1,81	–1,80	–1,79	–1,77	–1,76
0,04	–1,75	–1,74	–1,73	–1,72	–1,71	–1,70	–1,68	–1,67	–1,66	–1,65
0,05	–1,64	–1,64	–1,63	–1,62	–1,61	–1,60	–1,59	–1,58	–1,57	–1,57
0,06	–1,55	–1,55	–1,54	–1,53	–1,52	–1,51	–1,51	–1,50	–1,49	–1,48
0,07	–1,48	–1,47	–1,46	–1,45	–1,45	–1,44	–1,43	–1,43	–1,42	–1,41
0,08	–1,41	1,40	–1,39	–1,39	–1,38	–1,37	–1,37	–1,36	–1,35	–1,35
0,09	–1,34	–1,33	–1,33	–1,32	–1,32	–1,31	–1,30	–1,30	–1,29	–1,29
1,10	–1,28	–1,28	–1,27	–1,26	–1,26	–1,25	–1,25	–1,24	–1,24	–1,23
0,11	–1,23	–1,22	–1,22	–1,21	–1,21	–1,20	–1,20	–1,19	–1,19	–1,18
0,12	–1,18	–1,17	–1,17	–1,16	–1,16	–1,15	–1,15	–1,14	–1,14	–1,13
0,13	–1,13	–1,12	–1,12	–1,11	–1,11	–1,10	–1,10	–1,09	–1,09	–1,09
0,14	–1,08	–1,08	–1,07	–1,07	–1,06	–10,6	–1,05	–1,05	–1,05	–1,04
0,15	–1,04	–1,03	–1,03	–1,02	–1,02	–1,02	–1,01	–1,01	–1,01	–1,00
0,16	–0,99	–0,99	–0,99	–0,98	–0,98	–0,97	–0,97	–0,97	–0,96	–0,96
0,17	–0,95	–0,95	–0,95	–0,94	–0,94	–0,93	–0,93	–0,93	–0,92	–0,92
0,18	–0,92	–0,91	–0,91	–0,90	–0,90	–0,90	–0,89	–0,89	–0,89	–0,88
0,19	–0,88	–0,87	–0,87	–0,87	–0,86	–0,86	–0,86	–0,85	–0,85	–0,85
0,20	–0,84	–0,84	–0,83	–0,83	–0,83	–0,82	–0,82	–0,82	–0,81	–0,81
0,21	–0,81	–0,80	–0,80	–0,80	–0,79	–0,79	–0,79	–0,78	–0,78	–0,78
0,22	–0,77	–0,77	–0,77	–0,76	–0,76	–0,76	–0,75	–0,75	–0,75	–0,74
0,23	–0,74	–0,74	–0,73	–0,73	–0,73	–0,72	–0,72	–0,72	–0,71	–0,71

$\frac{R}{n+1}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,24	–0,71	–0,70	–0,70	–0,70	–0,69	–0,69	–0,69	–0,68	–0,68	–0,68
0,25	–0,67	–0,67	–0,67	–0,67	–0,66	–0,66	–0,66	–0,65	–0,65	–0,65
0,26	–0,64	–0,64	–0,64	0,63	–0,63	–0,63	–0,63	–0,62	–0,62	–0,62
0,27	–0,61	–0,61	–0,61	–0,60	–0,60	–0,60	–0,60	–0,59	–0,59	–0,59
0,28	–0,58	–0,58	–0,58	–0,57	–0,57	–0,57	–0,57	–0,56	–0,56	–0,56
0,29	–0,55	–0,55	–0,55	–0,54	–0,54	–0,54	–0,54	–0,53	–0,53	–0,53
0,30	–0,53	–0,52	–0,52	–0,52	–0,51	–0,51	–0,51	–0,50	–0,50	–0,50
0,31	–0,50	–0,49	–0,49	–0,49	–0,48	–0,48	–0,48	–0,47	–0,47	–0,47
0,32	–0,47	–0,46	–0,46	–0,46	–0,46	–0,45	–0,45	–0,45	–0,45	–0,44
0,33	–0,44	–0,44	–0,43	–0,43	–0,43	–0,43	–0,43	–0,42	–0,42	–0,42
0,34	–0,41	–0,41	–0,41	–0,40	–0,40	–0,40	–0,40	–0,39	–0,39	–0,39
0,35	–0,39	–0,38	–0,38	–0,38	–0,37	–0,37	–0,37	–0,37	–0,36	–0,36
0,36	–0,36	–0,36	–0,35	–0,35	–0,35	–0,35	–0,34	–0,34	–0,34	–0,33
0,37	–0,33	–0,33	–0,33	–0,32	–0,32	–0,32	–0,32	–0,31	–0,31	–0,31
0,38	–0,31	–0,30	–0,30	–0,30	–0,30	–0,29	–0,29	–0,29	–0,28	–0,28
0,39	–0,28	–0,28	–0,27	–0,27	–0,27	–0,27	–0,26	–0,26	–0,26	–0,26
0,40	–0,25	–0,25	–0,25	–0,25	–0,24	–0,24	–0,24	–0,24	–0,23	–0,23
0,41	–0,23	–0,23	–0,22	–0,22	–0,22	–0,21	–0,21	–0,21	–0,21	–0,20
0,42	–0,20	–0,20	–0,20	–0,19	–0,19	–0,19	–0,19	–0,18	–0,18	–0,18
0,43	–0,18	–0,17	–0,17	–0,17	–0,17	–0,16	–0,16	–0,16	–0,16	–0,15
0,44	–0,15	–0,15	–0,15	–0,14	–0,14	–0,14	–0,14	–0,13	–0,13	–0,13
0,45	–0,13	–0,12	–0,12	–0,12	–0,12	–0,11	–0,11	–0,11	–0,11	–0,10
0,46	–0,10	–0,10	–0,10	–0,09	–0,09	–0,09	–0,09	–0,08	–0,08	–0,08
0,47	–0,08	–0,07	–0,07	–0,07	–0,07	–0,06	–0,06	–0,06	–0,06	–0,05
0,48	–0,05	–0,05	–0,05	–0,04	–0,04	–0,04	–0,04	–0,03	–0,03	–0,03
0,49	–0,03	–0,02	–0,02	–0,02	–0,02	–0,01	–0,01	–0,01	–0,01	–0,00

$\frac{R}{n+1}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,50	+0,00	+0,00	+0,01	+0,01	+0,01	+0,01	+0,02	+0,02	+0,02	+0,02
0,51	0,03	0,03	0,03	0,03	0,04	0,04	0,04	0,04	0,05	0,05
0,52	0,05	0,05	0,06	0,06	0,06	0,06	0,07	0,07	0,07	0,07
0,53	0,08	0,08	0,08	0,08	0,09	0,09	0,096	0,09	0,10	0,10
0,54	0,10	0,10	0,11	0,11	0,11	0,11	0,12	0,12	0,12	0,12
0,55	0,13	0,13	0,13	0,13	0,14	0,14	0,14	0,14	0,15	0,15
0,56	0,15	0,15	0,16	0,16	0,16	0,16	0,17	0,17	0,17	0,17
0,57	0,18	0,18	0,18	0,18	0,19	0,19	0,19	0,19	0,20	0,20
0,58	0,20	0,20	0,21	0,21	0,21	0,21	0,22	0,22	0,22	0,22
0,59	0,23	0,23	0,23	0,24	0,24	0,24	0,24	0,25	0,25	0,25
0,60	0,25	0,26	0,26	0,26	0,26	0,27	0,27	0,27	0,27	0,28
0,61	0,28	0,28	0,28	0,29	0,29	0,29	0,30	0,30	0,30	0,30
0,62	0,31	0,31	0,31	0,31	0,32	0,32	0,32	0,32	0,33	0,33
0,63	0,33	0,33	0,34	0,34	0,34	0,35	0,35	0,35	0,35	0,36
0,64	0,36	0,36	0,36	0,37	0,37	0,37	0,37	0,38	0,38	0,38
0,65	0,39	0,39	0,39	0,39	0,40	0,40	0,40	0,40	0,41	0,41
0,66	0,41	0,42	0,42	0,42	0,42	0,43	0,43	0,43	0,43	0,44
0,67	0,44	0,44	0,45	0,45	0,45	0,45	0,46	0,46	0,46	0,46
0,68	0,47	0,47	0,47	0,48	0,48	0,48	0,48	0,49	0,49	0,49
0,69	0,50	0,50	0,50	0,50	0,51	0,51	0,51	0,52	0,52	0,52
0,70	0,52	0,53	0,53	0,53	0,54	0,54	0,54	0,54	0,55	0,55
0,71	0,55	0,56	0,56	0,56	0,57	0,57	0,57	0,57	0,58	0,58
0,72	0,58	0,59	0,59	0,59	0,59	0,60	0,60	0,60	0,61	0,61
0,73	0,61	0,62	0,62	0,62	0,63	0,63	0,63	0,63	0,64	0,64
0,74	0,64	0,65	0,65	0,65	0,66	0,66	0,66	0,67	0,67	0,67
0,75	0,67	0,68	0,68	0,68	0,69	0,69	0,69	0,69	0,70	0,70

Приложение 7 (окончание)

$\frac{R}{n+1}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,76	0,71	0,71	0,71	0,72	0,72	0,72	0,73	0,73	0,73	0,74
0,77	0,74	0,74	0,75	0,75	0,75	0,76	0,76	0,76	0,77	0,77
0,78	0,77	0,78	0,78	0,78	0,79	0,79	0,79	0,80	0,80	0,80
0,79	0,81	0,81	0,81	0,82	0,82	0,82	0,83	0,83	0,83	0,84
0,80	0,84	0,85	0,85	0,85	0,85	0,86	0,86	0,87	0,87	0,87
0,81	0,88	0,88	0,89	0,89	0,90	0,90	0,90	0,91	0,91	0,91
0,82	0,92	0,92	0,92	0,93	0,93	0,93	0,94	0,94	0,95	0,95
0,83	0,95	0,96	0,96	0,97	0,97	0,97	0,98	0,98	0,99	0,99
0,84	0,99	1,00	1,00	1,01	1,01	1,02	1,02	1,02	1,03	1,03
0,85	1,04	1,04	1,05	1,05	1,05	1,06	1,06	1,07	1,07	1,08
0,86	1,08	1,09	1,09	1,09	1,10	1,10	1,11	1,11	1,12	1,12
0,87	1,13	1,13	1,14	1,14	1,15	1,15	1,16	1,16	1,17	1,17
0,88	1,18	1,18	1,19	1,19	1,20	1,20	1,21	1,21	122	1,22
0,89	1,23	1,23	1,24	1,24	1,25	1,25	1,26	1,26	1,27	1,27
0,90	1,28	1,29	1,29	1,30	1,30	1,31	1,32	1,32	1,33	1,33
0,91	1,34	1,35	1,35	1,36	1,37	1,38	1,37	1,39	1,39	1,40
0,92	1,41	1,41	1,42	1,43	1,43	1,44	1,45	1,45	1,46	1,46
0,93	1,48	1,48	1,49	1,50	1,51	1,51	1,52	1,53	1,54	1,55
0,94	1,55	1,56	1,57	1,58	1,59	1,60	1,61	1,62	1,63	1,64
0,95	1,64	1,65	1,66	1,67	1,68	1,70	1,71	1,72	1,73	1,74
0,96	1,75	1,76	1,77	1,79	1,80	1,81	1,83	1,84	1,85	1,87
0,97	1,88	1,90	1,91	1,93	1,94	1,96	1,98	2,00	2,01	2,03
0,98	2,05	2,07	2,10	2,12	2,14	2,17	2,20	2,23	2,26	2,29
0,99	2,33	2,37	2,41	2,46	2,51	2,58	2,65	2,75	2,88	3,09

Критические значения *X*-критерия Ван-дер-Вардена

n	$n_1 - n_2 = 0$ или 1 Уровни значимости α, %		$n_1 - n_2 = 2$ или 3 Уровни значимости α, %		$n_1 - n_2 = 4$ или 5 Уровни значимости α, %	
	5	1	5	1	5	1
8	2,40	—	2,30	—	—	—
9	2,48	—	2,40	—	—	—
10	2,60	3,20	2,49	3,10	2,30	—
11	2,72	3,40	2,58	3,40	2,40	—
12	2,86	3,60	2,79	3,58	2,68	3,40
13	2,96	3,71	2,91	3,64	2,78	3,50
14	3,11	3,94	3,06	3,88	3,00	3,76
15	3,24	4,07	3,19	4,05	3,06	3,88
16	3,39	4,26	3,36	4,25	3,28	4,12
17	3,49	4,44	3,44	4,37	3,36	4,23
18	3,63	4,60	3,60	4,58	3,53	4,50
19	3,73	4,77	3,69	4,71	3,61	4,62
20	3,86	4,94	3,84	4,92	3,78	4,85
21	3,96	5,10	3,92	5,05	3,85	4,96
22	4,08	5,26	4,06	5,24	4,01	5,17
23	4,18	5,40	4,15	5,36	4,08	5,27
24	4,29	5,55	4,27	5,53	4,23	5,48
25	4,39	5,68	4,36	5,65	4,30	5,58
26	4,50	5,83	4,48	5,81	4,44	5,76
27	4,59	5,95	4,56	5,92	4,51	5,85
28	4,68	6,09	4,68	6,07	4,64	6,03
29	4,78	6,22	4,76	6,19	4,72	6,13

n	$n_1 - n_2 = 0$ или 1		$n_1 - n_2 = 2$ или 3		$n_1 - n_2 = 4$ или 5	
	Уровни значимости α, %		Уровни значимости α, %		Уровни значимости α, %	
	5	1	5	1	5	1
30	4,88	6,35	4,87	6,34	4,84	6,30
31	4,97	6,47	4,95	6,44	4,91	6,39
32	5,07	6,60	5,06	6,58	5,03	6,55
33	5,15	6,71	5,13	6,69	5,10	6,64
34	5,25	6,84	5,24	6,82	5,21	6,79
35	5,33	6,95	5,31	6,92	5,28	6,88
36	5,42	7,05	5,41	7,05	5,38	7,02
37	5,50	7,17	5,48	7,15	5,45	7,11
38	5,59	7,28	5,58	7,27	5,55	7,25
39	5,67	7,39	5,65	7,37	5,62	7,33
40	5,75	7,50	5,74	7,49	5,72	7,47
41	5,83	7,62	5,81	7,60	5,79	7,56
42	5,91	7,72	5,90	7,71	5,88	7,69
43	5,99	7,82	5,97	7,81	5,95	7,77
44	6,04	7,93	6,06	7,92	60,4	7,90
45	6,14	8,02	6,12	8,01	6,10	7,98
46	6,21	8,13	6,21	8,12	6,19	8,10
47	6,29	8,22	6,27	8,21	6,25	8,18
48	6,36	8,32	6,35	8,31	6,34	8,29
49	6,43	8,41	6,42	8,40	6,39	8,37
50	6,50	8,51	6,51	8,50	6,48	8,48
P	0,05	0,01	0,05	0,01	0,05	0,01

Приложение 9

Критические значения статистик, имеющих распределение χ^2 с числом степеней свободы V, для уровня значимости $p = 0,05$

Степень свободы	Критические значения	Степень свободы	Критические значения
1	3,8	21	32,7
2	6,0	22	33,9
3	7,8	23	35,2
4	9,5	24	36,4
5	11,1	25	37,7
6	12,6	26	38,9
7	14,1	27	40,1
8	15,5	28	41,3
9	16,9	29	42,6
10	18,3	30	43,8
11	19,7	32	46,2
12	21,0	34	48,6
13	22,4	36	51,0
14	23,7	38	53,4
15	25,0	40	55,8
16	26,3	50	67,5
17	27,6	60	79,1
18	28,9	70	90,5
19	30,1	80	101,9
20	31,4	90	113,1
		100	124,3

Приложение 10

Величины угла ф (в радианах) для разных процентных долей: ф=2 * arcsin P (по Урбаху., 1964)

% доля	%, последний десятичный знак									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	Значения ф=2*arcsin									
0,0	**0,000**	**0,020**	**0,028**	**0,035**	**0,040**	**0,045**	**0,049**	**0,053**	**0,057**	**0,060**
0,1	**0,063**	**0,066**	**0,069**	**0,072**	**0,075**	**0,077**	**0,080**	**0,082**	**0,085**	**0,087**
0,2	**0,089**	**0,092**	**0,094**	**0,096**	**0,098**	**0,100**	**0,102**	**0,104**	**0,106**	**0,108**
0,3	**0,110**	**0,111**	**0,113**	**0,115**	**0,117**	**0,118**	**0,120**	**0,122**	**0,123**	**0,125**
0,4	**0,127**	**0,128**	**0,130**	**0,131**	**0,133**	**0,134**	**0,136**	**0,137**	**0,139**	**0,140**
0,5	**0,142**	**0,143**	**0,144**	**0,146**	**0,147**	**0,148**	**0,150**	**0,151**	**0,153**	**0,154**
0,6	**0,155**	**0,156**	**0,158**	**0,159**	**0,160**	**0,161**	**0,163**	**0,164**	**0,165**	**0,166**
0,7	**0,168**	**0,169**	**0,170**	**0,171**	**0,172**	**0,173**	**0,175**	**0,176**	**0,177**	**0,178**
0,8	**0,179**	**0,180**	**0,182**	**0,183**	**0,184**	**0,185**	**0,86**	**0,187**	**0,188**	**0,189**
0,9	**0,190**	**0,191**	**0,192**	**0,193**	**0,194**	**0,195**	**0,196**	**0,197**	**0,198**	**0,199**
1	**0,200**	**0,210**	**0,220**	**0,229**	**0,237**	**0,246**	**0,254**	**0,262**	**0,269**	**0,277**
2	**0,284**	**0,291**	**0,298**	**0,304**	**0,311**	**0,318**	**0,324**	**0,330**	**0,336**	**0,342**
3	**0,348**	**0,354**	**0,360**	**0,365**	**0,371**	**0,376**	**0,382**	**0,387**	**0,392**	**0,398**
4	**0,403**	**0,408**	**0,413**	**0,418**	**0,423**	**0,428**	**0,432**	**0,437**	**0,442**	**0,446**
5	**0,451**	**0,456**	**0,460**	**0,465**	**0,469**	**0,473**	**0,478**	**0,482**	**0,486**	**0,491**
6	**0,495**	**0,499**	**0,503**	**0,507**	**0,512**	**0,516**	**0,520**	**0,524**	**0,528**	**0,532**
7	**0,536**	**0,539**	**0,543**	**0,547**	**0,551**	**0,555**	**0,559**	**0,562**	**0,566**	**0,570**
8	**0,574**	**0,577**	**0,581**	**0,584**	**0,588**	**0,592**	**0,595**	**0,599**	**0,602**	**0,606**
9	**0,609**	**0,613**	**0,616**	**0,620**	**0,623**	**0,627**	**0,630**	**0,633**	**0,637**	**0,640**
10	**0,644**	**0,647**	**0,650**	**0,653**	**0,657**	**0,660**	**0,663**	**0,666**	**0,670**	**0,673**
11	**0,676**	**0,679**	**0,682**	**0,686**	**0,689**	**0,692**	**0,695**	**0,698**	**0,701**	**0,704**
12	**0,707**	**0,711**	**0,714**	**0,717**	**0,720**	**0,723**	**0,726**	**0,729**	**0,732**	**0,735**
13	**0,738**	**0,741**	**0,744**	**0,747**	**0,750**	**0,752**	**0,755**	**0,758**	**0,761**	**0,764**
14	**0,767**	**0,770**	**0,773**	**0,776**	**0,778**	**0,781**	**0,784**	**0,787**	**0,790**	**0,793**
15	**0,795**	**0,798**	**0,801**	**0,804**	**0,807**	**0,809**	**0,812**	**0,815**	**0,818**	**0,820**
16	**0,823**	**0,826**	**0,828**	**0,831**	**0,834**	**0,837**	**0,839**	**0,842**	**0,845**	**0,847**
17	**0,850**	**0,853**	**0,855**	**0,858**	**0,861**	**0,863**	**0,866**	**0,868**	**0,871**	**0,874**
18	**0,876**	**0,879**	**0,881**	**0,884**	**0,887**	**0,889**	**0,892**	**0,894**	**0,897**	**0,900**
19	**0,902**	**0,905**	**0,907**	**0,910**	**0,912**	**0,915**	**0,917**	**0,920**	**0,922**	**0,925**
20	**0,927**	**0,930**	**0,932**	**0,935**	**0,937**	**0,940**	**0,942**	**0,945**	**0,947**	**0,950**
21	**0,952**	**0,955**	**0,957**	**0,959**	**0,962**	**0,964**	**0,967**	**0,969**	**0,972**	**0,974**
22	**0,976**	**0,979**	**0,981**	**0,984**	**0,86**	**0,988**	**0,991**	**0,993**	**0,996**	**0,998**
23	**1,000**	**1,003**	**1,005**	**1,007**	**1,010**	**1,012**	**1,015**	**1,017**	**1,019**	**1,022**
24	**1,024**	**1,026**	**1,029**	**1,031**	**1,033**	**1,036**	**1,038**	**1,040**	**1,043**	**1,045**
25	**1,047**	**1,050**	**1,052**	**1,054**	**1,056**	**1,059**	**1,061**	**1,063**	**1,066**	**1,068**

Приложение 10 (продолжение)

% доля	%, последний десятичный знак									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	Значения ф=2*arcsin									
26	**1,070**	**1,072**	**1,075**	**1,077**	**1,079**	**1,082**	**1,084**	**1,086**	**1,088**	**1,091**
27	**1,093**	**1,095**	**1,097**	**1,100**	**1,102**	**1,104**	**1,106**	**1,109**	**1,111**	**1,113**
28	**1,115**	**1,117**	**1,120**	**1,122**	**1,124**	**1,126**	**1,129**	**1,131**	**1,133**	**1,135**
29	**1,137**	**1,140**	**1,142**	**1,144**	**1,146**	**1,148**	**1,151**	**1,153**	**1,155**	**1,157**
30	**1,159**	**1,161**	**1,164**	**1,166**	**1,168**	**1,170**	**1,172**	**1,174**	**1,177**	**1,179**
31	**1,182**	**1,183**	**1,185**	**1,187**	**1,190**	**1,192**	**1,194**	**1,196**	**1,198**	**1,200**
32	**1,203**	**1,205**	**1,207**	**1,209**	**1,211**	**1,213**	**1,215**	**1,217**	**1,220**	**1,222**
33	**1,224**	**1,226**	**1,228**	**1,230**	**1,232**	**1,234**	**1,237**	**1,239**	**1,241**	**1,243**
34	**1,245**	**1,247**	**1,249**	**1,251**	**1,254**	**1,256**	**1,258**	**1,260**	**1,262**	**1,264**
35	**1,266**	**1,268**	**1,270**	**1,272**	**1,274**	**1,277**	**1,279**	**1,281**	**1,283**	**1,285**
36	**1,287**	**1,289**	**1,291**	**1,293**	**1,295**	**1,297**	**1,299**	**1,302**	**1,304**	**1,306**
37	**1,308**	**1,310**	**1,312**	**1,314**	**1,316**	**1,318**	**1,320**	**1,322**	**1,324**	**1,326**
38	**1,328**	**1,330**	**1,333**	**1,335**	**1,337**	**1,339**	**1,341**	**1,343**	**1,345**	**1,347**
39	**1,349**	**1,351**	**1,353**	**1,355**	**1,357**	**1,359**	**1,361**	**1,363**	**1,365**	**1,367**
40	**1,369**	**1,371**	**1,374**	**1,376**	**1,378**	**1,380**	**1,382**	**1,384**	**1,386**	**1,388**
41	**1,390**	**1,392**	**1,394**	**1,396**	**1,398**	**1,400**	**1,402**	**1,404**	**1,406**	**1,408**
42	**1,410**	**1,412**	**1,414**	**1,416**	**1,418**	**1,420**	**1,422**	**1,424**	**1,426**	**1,428**
43	**1,430**	**1,432**	**1,434**	**1,436**	**1,438**	**1,440**	**1,442**	**1,444**	**1,446**	**1,448**
44	**1,451**	**1,453**	**1,455**	**1,457**	**1,459**	**1,461**	**1,463**	**1,465**	**1,467**	**1,469**
45	**1,471**	**1,473**	**1,475**	**1,477**	**1,479**	**1,481**	**1,483**	**1,485**	**1,487**	**1,489**
46	**1,491**	**1,493**	**1,495**	**1,497**	**1,499**	**1,501**	**1,503**	**1,505**	**1,507**	**1,509**
47	**1,511**	**1,513**	**1,515**	**1,517**	**1,519**	**1,521**	**1,523**	**1,525**	**1,527**	**1,529**
48	**1,531**	**1,533**	**1,535**	**1,537**	**1,539**	**1,541**	**1,543**	**1,545**	**1,547**	**1,549**
49	**1,551**	**1,553**	**1,555**	**1,557**	**1,559**	**1,561**	**1,563**	**1,565**	**1,567**	**1,569**
50	**1,571**	**1,573**	**1,575**	**1,577**	**1,579**	**1,581**	**1,583**	**1,585**	**1,587**	**1,589**
51	**1,591**	**1,593**	**1,595**	**1,597**	**1,599**	**1,601**	**1,603**	**1,605**	**1,607**	**1,609**
52	**1,611**	**1,613**	**1,615**	**1,617**	**1,519**	**1,621**	**1,623**	**1,625**	**1,627**	**1,629**
53	**1,631**	**1,633**	**1,635**	**1,637**	**1,639**	**1,641**	**1,643**	**1,645**	**1,647**	**1,649**
54	**1,651**	**1,653**	**1,655**	**1,657**	**1,659**	**1,661**	**1,663**	**1,665**	**1,667**	**1,669**
55	**1,671**	**1,673**	**1,675**	**1,677**	**1,679**	**1,681**	**1,683**	**1,685**	**1,687**	**1,689**
56	**1,691**	**1,693**	**1,695**	**1,697**	**1,699**	**1,701**	**1,703**	**1,705**	**1,707**	**1,709**
57	**1,711**	**1,713**	**1,715**	**1,717**	**1,719**	**1,721**	**1,723**	**1,725**	**1,727**	**1,729**
58	**1,731**	**1,734**	**1,736**	**1,738**	**1,740**	**1,742**	**1,744**	**1,746**	**1,748**	**1,750**
59	**1,752**	**1,754**	**1,756**	**1,758**	**1,760**	**1,762**	**1,764**	**1,766**	**1,768**	**1,770**
60	**1,772**	**1,774**	**1,776**	**1,778**	**1,780**	**1,782**	**1,784**	**1,786**	**1,789**	**1,791**
61	**1,793**	**1,795**	**1,797**	**1,799**	**1,801**	**1,803**	**1,805**	**1,807**	**1,809**	**1,811**
62	**1,813**	**1,815**	**1,817**	**1,819**	**1,821**	**1,823**	**1,826**	**1,828**	**1,830**	**1,832**

Приложение 10 (продолжение)

% доля	%, последний десятичный знак									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	Значения ф=2*arcsin									
63	**1,834**	**1,836**	**1,838**	**1,840**	**1,842**	**1,844**	**1,846**	**1,848**	**1,850**	**1,853**
64	**1,855**	**1,857**	**1,859**	**1,861**	**1,863**	**1,865**	**1,867**	**1,869**	**1,871**	**1,873**
65	**1,875**	**1,878**	**1,880**	**1,882**	**1,884**	**1,886**	**1,888**	**1,890**	**1,892**	**1,894**
66	**1,897**	**1,899**	**1,901**	**1,903**	**1,905**	**1,907**	**1,909**	**1,911**	**1,913**	**1,916**
67	**1,918**	**1,920**	**1,922**	**1,924**	**1,926**	**1,928**	**1,930**	**1,933**	**1,935**	**1,937**
68	**1,939**	**1,941**	**1,943**	**1,946**	**1,948**	**1,950**	**1,952**	**1,954**	**1,956**	**1,958**
69	**1,961**	**1,963**	**1,965**	**1,967**	**1,969**	**1,971**	**1,974**	**1,976**	**1,978**	**1,980**
70	**1,982**	**1,984**	**1,987**	**1,989**	**1,991**	**1,993**	**1,995**	**1,998**	**2,000**	**2,002**
71	**2,004**	**2,006**	**2,009**	**2,011**	**2,013**	**2,015**	**2,018**	**2,020**	**2,022**	**2,024**
72	**2,026**	**2,029**	**2,031**	**2,033**	**2,035**	**2,038**	**2,040**	**2,042**	**2,044**	**2,047**
73	**2,049**	**2,051**	**2,053**	**2,056**	**2,058**	**2,060**	**2,062**	**2,065**	**2,067**	**2,069**
74	**2,071**	**2,074**	**2,076**	**2,078**	**2,081**	**2,083**	**2,085**	**2,087**	**2,090**	**2,092**
75	**2,094**	**2,097**	**2,099**	**2,101**	**2,104**	**2,106**	**2,108**	**2,111**	**2,113**	**2,115**
76	**2,118**	**2,120**	**2,122**	**2,125**	**2,127**	**2,129**	**2,132**	**2,134**	**2,136**	**2,139**
77	**2,141**	**2,144**	**2,146**	**2,148**	**2,151**	**2,153**	**2,156**	**2,158**	**2,160**	**2,163**
78	**0,165**	**2,168**	**2,170**	**2,172**	**2,175**	**2,177**	**2,180**	**2,182**	**2,185**	**2,187**
79	**2,190**	**2,192**	**2,194**	**2,197**	**2,199**	**2,202**	**2,204**	**2,207**	**2,209**	**2,212**
80	**2,214**	**2,217**	**2,219**	**2,222**	**2,224**	**2,227**	**2,229**	**2,231**	**2,234**	**2,237**
81	**2,240**	**2,242**	**2,245**	**2,247**	**2,250**	**2,252**	**2,255**	**2,258**	**2,260**	**2,263**
82	**2,265**	**2,268**	**2,271**	**2,273**	**2,276**	**2,278**	**2,281**	**2,284**	**2,286**	**2,289**
83	**2,292**	**2,294**	**2,297**	**2,300**	**2,302**	**2,305**	**2,308**	**2,310**	**2,313**	**2,316**
84	**2,319**	**2,321**	**2,324**	**2,327**	**2,330**	**2,332**	**2,335**	**2,338**	**2,341**	**2,343**
85	**2,346**	**2,349**	**2,352**	**2,355**	**2,357**	**2,360**	**2,363**	**2,366**	**2,369**	**2,372**
86	**2,375**	**2,377**	**2,380**	**2,383**	**2,386**	**2,389**	**2,392**	**2,395**	**2,398**	**2,401**
87	**2,404**	**2,407**	**2,410**	**2,413**	**2,416**	**2,419**	**2,422**	**2,425**	**2,428**	**2,431**
88	**2,434**	**2,437**	**2,440**	**2,443**	**2,447**	**2,450**	**2,453**	**2,456**	**2,459**	**2,462**
89	**2,465**	**2,469**	**2,472**	**2,475**	**2,478**	**2,482**	**2,485**	**2,488**	**2,491**	**2,495**
90	**2,498**	**2,501**	**2,505**	**2,508**	**2,512**	**2,515**	**2,518**	**2,522**	**2,525**	**2,529**
91	**2,532**	**2,536**	**2,539**	**2,543**	**2,546**	**2,550**	**2,554**	**2,557**	**2,561**	**2,564**
92	**2,568**	**2,572**	**2,575**	**2,579**	**2,583**	**2,587**	**2,591**	**2,594**	**2,598**	**2,602**
93	**2,606**	**2,610**	**2,614**	**2,618**	**2,622**	**2,626**	**2,630**	**2,634**	**2,638**	**2,642**
94	**2,647**	**2,651**	**2,655**	**2,659**	**2,664**	**2,668**	**2,673**	**2,677**	**2,681**	**2,686**
95	**2,691**	**2,295**	**2,700**	**2,705**	**2,709**	**2,714**	**2,719**	**2,724**	**2,729**	**2,734**

% доля	%, последний десятичный знак									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	Значения ф=2*arcsin									
96	**2,739**	**2,744**	**2,749**	**2,754**	**2,760**	**2,765**	**2,771**	**2,776**	**2,782**	**2,788**
97	**2,793**	**2,799**	**2,805**	**2,811**	**2,818**	**2,824**	**2,830**	**2,837**	**2,844**	**2,851**
98	**2,858**	**2,865**	**2,872**	**2,880**	**2,888**	**2,896**	**2,904**	**2,913**	**2,922**	**2,931**
99,0	**2,941**	**2,942**	**2,943**	**2,944**	**2,945**	**2,946**	**2,948**	**2,949**	**2,950**	**2,951**
99,1	**2,952**	**2,953**	**2,954**	**2,955**	**2,956**	**2,957**	**2,958**	**2,959**	**2,960**	**2,961**
99,2	**2,963**	**2,964**	**2,965**	**2,966**	**2,967**	**2,968**	**2,969**	**2,971**	**2,972**	**2,973**
99,3	**2,974**	**2,975**	**2,976**	**2,978**	**2,979**	**2,980**	**2,981**	**2,983**	**2,984**	**2,985**
99,4	**2,987**	**2,988**	**2,989**	**2,990**	**2,992**	**2,993**	**2,995**	**2,996**	**2,997**	**2,999**
99,5	**3,000**	**3,002**	**3,003**	**3,004**	**3,006**	**3,007**	**3,009**	**3,010**	**3,012**	**3,013**
99,6	**3,015**	**3,017**	**3,018**	**3,020**	**3,022**	**3,023**	**3,025**	**3,027**	**3,028**	**3,030**
99,7	**3,032**	**3,034**	**3,036**	**3,038**	**3,040**	**3,041**	**3,044**	**3,046**	**3,048**	**3,050**
99,8	**3,052**	**3,054**	**3,057**	**3,059**	**3,062**	**3,064**	**3,067**	**3,069**	**3,072**	**3,075**
99,9	**3,078**	**3,082**	**3,085**	**3,089**	**3,093**	**3,097**	**3,101**	**3,107**	**3,113**	**3,122**
100	**3,142**									

Приложение 11

Уровни статистической значимости разных значений φ-критерия Фишера (по Гублеру Е.В., 1978)

p	*p* равно или меньше (последний десятичный знак)									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,00	**2,91**	**2,81**	**2,70**	**2,62**	**2,55**	**2,49**	**2,44**	**2,39**	**2,35**	
0,01	**2,31**	**2,28**	**2,25**	**2,22**	**2,19**	**2,16**	**2,14**	**2,11**	**2,09**	**2,07**
0,02	**2,05**	**2,03**	**2,01**	**1,99**	**1,97**	**1,96**	**1,94**	**1,92**	**1,91**	**1,89**
0,03	**1,88**	**1,86**	**1,85**	**1,84**	**1,82**	**1,81**	**1,80**	**1,79**	**1,77**	**1,76**
0,04	**1,75**	**1,74**	**1,73**	**1,72**	**1,71**	**1,70**	**1,68**	**1,67**	**1,66**	**1,65**
0,05	**1,64**	**1,64**	**1,63**	**1,2**	**1,61**	**1,60**	**1,59**	**1,58**	**1,57**	**1,56**
0,06	**1,56**	**1,55**	**1,54**	**1,53**	**1,2**	**1,52**	**1,51**	**1,50**	**1,49**	**1,48**
0,07	**1,48**	**1,47**	**1,46**	**1,46**	**1,45**	**1,44**	**1,43**	**1,43**	**1,42**	**1,41**
0,08	**1,14**	**1,40**	**1,39**	**1,39**	**1,38**	**1,37**	**1,37**	**1,36**	**1,36**	**1,35**
0,09	**1,34**	**1,34**	**1,33**	**1,32**	**1,32**	**1,31**	**1,31**	**1,30**	**1,30**	**1,29**
0,10	**1,29**									

Приложение 12

Критические значения *z*-критерия знаков при разных уровнях значимости α и объеме выборки n

n	α, %		*n*	α, %		*n*	α, %		*n*	α, %	
	5	1		5	1		5	1		5	1
6	6	—	30	21	23	54	35	37	78	49	51
7	7	—	31	22	24	55	36	38	79	49	52
8	8	8	32	23	24	56	36	39	80	50	52
9	8	9	33	23	25	57	37	39	81	50	53
10	9	10	34	24	25	58	37	40	82	51	54
11	10	11	35	24	26	59	38	40	83	51	54
12	10	11	36	25	27	60	39	41	84	52	55
13	11	12	37	25	27	61	39	41	85	53	55
14	12	13	38	26	28	62	40	42	86	53	56
15	12	13	39	27	28	63	40	43	87	54	56
16	13	14	40	27	29	64	41	43	88	54	57
17	13	15	41	28	30	65	41	44	89	55	58
18	14	15	42	28	30	66	42	44	90	55	58
19	15	16	43	29	31	67	42	45	91	56	59
20	15	17	44	29	31	68	43	46	92	56	59
21	16	17	45	30	32	69	44	46	93	57	60
22	17	18	46	31	33	70	44	47	94	57	60
23	17	19	47	31	33	71	45	47	95	58	61
24	18	19	48	32	34	72	45	48	96	59	62
25	18	20	49	32	34	73	46	48	97	59	62
26	19	20	50	33	35	74	46	49	98	60	63
27	20	21	51	33	36	75	47	50	99	60	63
28	20	22	52	34	36	76	48	50	100	61	64
29	21	22	43	35	37	77	48	51	—	—	—
P	0,05	0,01	—	0,05	0,01	—	0,05	0,01	—	0,05	0,01

Критические значения парного *T*-критерия Вилкоксона (односторонний критерий)

Число парных наблюдений *n*	Уровни значимости α, %		Число парных наблюдений *n*	Уровни значимости α, %	
	5	1		5	1
5	0	—	14	25	16
6	2	0	15	30	19
7	3	0	16	35	23
8	5	1	17	41	28
9	8	3	18	47	33
10	10	5	19	53	38
11	13	7	20	60	42
12	17	10	21	67	50
13	21	12	22	74	56
P	0,05	0,01	—	0,05	0,01

Приложение 14

Таблица вероятностей P ($T_2 \leq T_2$ наблюдаемое) для биномиального распределения при P = q = 0,5*

n \ T_2	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
5	031	188	500	812	969	+**										
6	016	109	344	656	891	984	+									
7	008	062	227	500	773	938	992	+								
8	004	035	145	363	637	855	965	996	+							
9	002	020	090	254	500	746	910	980	998	+						
10	001	011	055	172	337	623	828	945	989	998	+					
11		006	033	112	274	500	726	887	967	994	+	+				
12		003	019	073	194	387	613	806	927	981	997	+	+			
13		002	011	046	133	291	500	709	867	954	989	998	+	+		
14		001	006	029	090	212	395	605	788	910	971	994	999	+	+	
15			004	018	059	151	304	500	696	849	941	982	996	+	+	+
16			002	011	038	105	227	402	598	773	896	962	989	998	+	+
17			001	006	025	072	166	315	500	685	834	928	975	994	999	+
18			001	004	015	048	119	240	407	593	760	881	952	985	996	999

n \ T_2	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
19				002	010	032	084	180	324	500	676	820	916	968	990	998
20				001	006	021	058	132	252	412	588	748	868	942	979	994
21				001	004	013	039	095	192	332	500	668	808	905	961	987
22					002	008	026	067	143	262	416	584	738	857	933	974
23					001	005	017	047	105	202	339	500	661	798	895	953
24					001	003	011	032	076	154	271	419	581	729	846	924
25						002	007	022	054	115	212	345	500	655	788	885

* Значения вероятностей даны в десятичных дробях, например число 031 означает 0,031.

** Знак «+» означает 1 или число, близкое к 1.

Приложение 15

Подбор критериев расчета достоверности различий в зависимости от шкалы измерений и вида выборок

<table>
<tr><th>Шкалы</th><th>Виды выборок</th><th>Критерии</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Наименований</td><td>Независимые (не связанные)</td><td>Критерий Хи-квадрат (X^2)
$\boldsymbol{\varphi}$-критерий углового преобразования Фишера</td></tr>
<tr><td>Зависимые (связанные, сопряженные)</td><td>Критерий Мак-Немара</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Порядка</td><td>Независимые (не связанные)</td><td>Медианный критерий
U-критерий Вилкоксона-Манна-Уитни
X – критерий Ван-дер-Вардена
Т-критерий Уайта</td></tr>
<tr><td>Зависимые (связанные, сопряженные)</td><td>Z-критерий знаков
Т-критерий Вилкоксона</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Интервальная и отношений</td><td>Независимые (не связанные)</td><td>t – Стьюдента
F-критерий Фишера</td></tr>
<tr><td>Зависимые (связанные, сопряженные)</td><td>t – Стьюдента</td></tr>
</table>

Приложение 16

Критические значения r_p (коэффициенты ранговой корреляции при разных уровнях значимости α и объеме выборки n

n	α, %		*n*	α, %		*n*	α, %	
	5	1		5	1		5	1
5	0,94	—	17	0,48	0,62	29	0,37	0,48
6	0,85	—	18	0,47	0,60	30	0,36	0,47
7	0,78	0,94	19	0,46	0,58	31	0,36	0,46
8	0,72	0,88	20	0,45	0,57	32	0,36	0,45
9	0,68	0,83	21	0,44	0,56	33	0,34	0,45
10	0,64	0,79	22	0,43	0,54	34	0,34	0,44
11	0,61	0,76	23	0,42	0,53	35	0,33	0,43
12	0,58	0,73	24	0,41	0,52	36	0,33	0,43
13	0,56	0,70	25	0,40	0,51	37	0,33	0,42
14	0,54	0,68	26	0,39	0,50	38	0,32	0,41
15	0,52	0,66	27	0,38	0,49	39	0,32	0,41
16	0,50	0,64	28	0,38	0,48	40	0,31	0,40
P	0,05	0,01	—	0,05	0,01	—	0,05	0,01

Приложение 17

Критические значения коэффициентов корреляции *r* при *P* = 0,05

Число коррелируемых пар	Критические значения	Число коррелируемых пар	Критические значения
3	0,977	19	0,456
4	0,950	20	0,444
5	0,878	21	0,433
6	0,811	22	0,423
7	0,754	25	0,396
8	0,707	30	0,361
9	0,666	35	0,332
10	0,632	40	0,310
11	0,602	45	0,292
12	0,576	50	0,277
13	0,553	60	0,253
14	0,532	70	0,234
15	0,514	80	0,219
16	0,497	90	0,206
17	0,482	100	0,196
18	0,468		

Примечания: Статистические таблицы приведены согласно: Лакин Г.Ф. Биометрия: учеб. пособ. для биолог. спец. вузов- 4-е изд. перераб. и доп. М.: Высш. шк. 1990. 352 с.; Грабарь М.И. Краснянская К.А. Применение математической статистики в педагогических исследованиях. Непараметрические методы. М.: Педагогика 1977. 136 с. и сайта:
URL:http://statexpert.org/articles/таблицы_критических_значений_статистических_критериев#2

Оглавление

Учебное издание

Павел Карпович Петров

**МАТЕМАТИКО-СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА
И ГРАФИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ
ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИНФОРМАЦИОННЫХ
ТЕХНОЛОГИЙ**

Учебное пособие

Издание второе,
исправленное и дополненное

Компьютерная верстка П.К. Петров
Компьютерное оформление обложки П.К. Петров

Авторская редакция

Отпечатано с оригинал-макета заказчика

Подписано в печать 24.11.16. Формат 60x84 1/16.
Усл. печ. л. 10,3.
Тираж 50 экз. Заказ № 2183.

Издательский центр
«Удмуртский государственный университет»
426034, Ижевск, ул. Университетская,1, корп. 4, каб. 207.
Тел./факс: (3412) 500-295 E-mail: editorial@udsu.ru

Типография
Издательского центра «Удмуртский университет»
426034, Ижевск, ул. Университетская, 1, корп. 2.
Тел.68-57-18